Orgaan van
de Nederlandse
Vereniging van
Wiskundeleraren

Vakblad
voor de
wiskundeleraar

64e jaargang
1988 | 1989
oktober

Euclides 2

Wolters-Noordhoff

● Euclides ● ● ● ●

Redactie

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 9 maal per cursusjaar.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Voorzitter Dr. Th. J. Korthagen, Torenlaan 12, 7231 CB Warnsveld, tel. 05750-2 34 17.
Secretaris Drs J. W. Maassen, Traviatastraat 132, 2555 VJ Den Haag.
Penningmeester en ledenadministratie F. F. J. Gaillard, Jorisstraat 43, 4834 VC Breda, tel. 076-65 32 18. Giro: 143917 t.n.v. Ned. Ver. v. Wiskundeleraren te Amsterdam.

De contributie bedraagt *f*55,– per verenigingsjaar; studentleden en Belgische leden die ook lid zijn van de V.V.W.L. *f*37,50; contributie zonder Euclides *f*30,–. Adreswijziging en opgave van nieuwe leden (met vermelding van evt. gironummer) aan de penningmeester. Opzeggingen vóór 1 juli.

Inlichtingen over en opgave voor deelname aan de leesportefeuille (buitenlandse tijdschriften) aan F. M. W. Doove, Severij 5, 3155 BR Maasland. Giro: 1609994 t.n.v. NVvW leesportefeuille te Maasland.

Artikelen/mededelingen

Artikelen en mededelingen worden in drievoud ingewacht bij drs M. C. van Hoorn, Postbus 9025, 9703 LA Groningen. Zij dienen machinaal geschreven te zijn en bij voorkeur te voldoen aan:
- ruime marge
- regelafstand van 2
- 48 regels per kolom
- maximaal 47 aanslagen per regel
- liefst voorzien van (genummerde) illustraties
- die gescheiden zijn van de tekst
- aangeleverd in zo origineel mogelijke vorm
- waar nodig voorzien van bijschriften

De auteur van een geplaatst artikel ontvangt kosteloos 5 exemplaren van het nummer waarin het artikel is opgenomen.

Abonnementen niet-leden

Abonnementsprijs voor niet-leden *f*52,00. Een collectief abonnement (6 ex. of meer) kost per abonnement *f*32,00. Niet-leden kunnen zich abonneren bij: Wolters-Noordhoff bv, afd. periodieken, Postbus 567, 9700 AN Groningen, tel. 050-22 68 86. Giro: 1308949. Abonnees wordt dringend verzocht te wachten met betalen tot zij een acceptgirokaart hebben ontvangen. Abonnementen gelden telkens vanaf het eerstvolgend nummer. Reeds verschenen nummers zijn op aanvraag leverbaar na vooruitbetaling van het verschuldigde bedrag. Annuleringen dienen minstens één maand voor het einde van de jaargang te worden doorgegeven.
Losse nummers *f*8,50 (alleen verkrijgbaar na vooruitbetaling).

Advertenties

ISSN 01.65-0394

● Inhoud ● ● ● ● ●



$2 \times$ *optrede* + *aantrede* = *paslengte*

● Actualiteit ● ● ● ●

▶ Over COW en W 12-16

M. C. van Hoorn

Inleiding

In Euclides verschijnen vanaf juni/juli 1988 korte artikelen met de titel *Kolom Wiskunde 12-16*, geschreven door G. Schoemaker. Eerder verschenen drie artikelen onder de naam *Het Laatste Nieuws*. In dit nummer staat een artikel met de naam *Uit de COW*; het is geschreven door J. A. ter Pelle.
De komende jaarvergadering/studiedag staat voor een groot deel in het teken van het werk van de COW. De leiding van de studiedag berust bij G. Schoemaker.
Dit alles vermag enige verwarring te brengen. Wat is de COW? Wat is Wiskunde 12-16?
Duidelijk is dat er iets gaande is. Vermoed kan worden dat de plannen voor de basisvorming iets te maken hebben met het werk van de COW.
Gepoogd wordt om in dit artikel uiteen te zetten wat er aan de hand is (wie dat al weet kan dit artikel overslaan).

De commissie-Van der Blij

In het najaar van 1986 schreef de Staatssecretaris van Onderwijs, mevrouw Ginjaar-Maas, een brief aan Prof. Dr. F. van der Blij, waarin zij hem belastte met de leiding van een commissie die:
– advies zou moeten uitbrengen ten aanzien van een nieuw leerplan wiskunde lbo, mavo en de eerste drie leerjaren havo-vwo;
– zou moeten zorgen voor een zódanig advies, dat een nieuw examenprogramma wiskunde mavo en lbo (C en D) zou kunnen worden opgesteld;
– zou moeten aangeven welke aanpassingen nodig zouden zijn in opleiding en nascholing voor docenten om het nieuwe programma met succes te kunnen onderwijzen.
Aan de brief van de Staatssecretaris was uiteraard wel iets voorafgegaan: allerlei gesprekken, correspondentie, een brief aan de Staatssecretaris. In de volgende paragraaf wordt ingegaan op de overwegingen tot het instellen van een Commissie-Van der Blij.

Overwegingen

Overwegingen tot het instellen van een commissie die zich met de wiskunde in de 'onderbouw' zou moeten bezighouden, waren onder meer de volgende; het zijn overwegingen die stuk voor stuk ook thans nog gelden:
– voor de basisschool is het zgn. *realistische rekenonderwijs* ontwikkeld, dat meer en meer ingang vindt, dat te herkennen is in nieuw uitgebrachte methode, en dat de instemming heeft van opleiders (PABO-docenten).
Het ligt beslist in de bedoeling in Euclides een beschrijving op te nemen van dit realistische rekenonderwijs. Overigens krijgt nog steeds een aanzienlijk deel van de basisschoolleerlingen rekenen uit een zgn. mechanistische methode.
– *in de bovenbouw van het vwo* zijn *nieuwe programma's* (voor wiskunde A en wiskunde B) tot stand gekomen.
– *in de bovenbouw van het havo* wordt momenteel aan dergelijke programma's gewerkt; men zie het artikel over de Hawex in het vorige nummer van Euclides en ook het programma van de studiedag op 29 oktober a.s., gepubliceerd in hetzelfde nummer.
– *over de examenprogramma's mavo en lbo (C en D)* bestaat *een zekere onvrede*; trouwens ook over de toetsvorm (70% meerkeuzevragen) bestaat onvrede.

Het is bijvoorbeeld een merkwaardig verschijnsel dat veel havo-3-leerlingen grote moeite blijken te hebben het mavo-D-examen te maken (als dit examen aan hen wordt voorgelegd), terwijl in havo-4 *niet* blijkt dat de mavo-instromers het beter doen dan degenen die uit havo-3 komen – waarmee niet gezegd is dat ze het slechter zouden doen.
In het volgende nummer van Euclides is een beschouwing over de C- en D-examens van 1988 te verwachten.
Heel concreet geeft vooral de voorbereiding op de nieuwe havo-programma's reden tot zorg. Maar ook de aansluiting op het basisonderwijs dreigt meer en meer problematisch te worden. Merkwaardig genoeg wordt dit laatste niet genoemd als 'globaal baken' (vergeef ons dat zulke termen opduiken) in Het Laatste Nieuws 3.
In de winter 1986-1987 toog de Commissie-Van der Blij aan het werk. De ruime opdracht die de Commissie meekreeg zorgde voor veel oriënterende werkzaamheden en ook voor het aantrekken van steeds meer Commissie-leden (uiteindelijk 26).
In Het Laatste Nieuws 2 werd een schematisch overzicht gegeven van de planning die de Commissie inmiddels had gemaakt.

De COW

De Commissie-Van der Blij ging zich na korte tijd COW noemen: *Commissie Onderbouw Wiskunde*, daarmede aangevend waar haar opdracht lag. Dit was de Commissie echter nog niet naar de zin en zo werd het: *Commissie Ontwikkeling Wiskunde.*
Wie zitten er in de COW? Wie niet, zou men ook kunnen vragen. Er zitten vertegenwoordigers in van het OW & OC, van de SLO, van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren, van de Werkgroep Vrouwen & Wiskunde, van de Inspectie, van het opleidingsonderwijs, en ook zitten er 'gewone' leraren/leraresen in – mensen met krijt aan de vingers, zoals dat heet, zo'n 5 of 6 man/vrouw sterk – en verder doen vertegenwoordigers mee van de VALO Wiskunde & Informatica en van het CITO. Formeel gezien zijn de laatstgenoemden geen lid, maar zoiets als toehoorder, iets wat voor dit stukje niet van belang is. J. A. ter Pelle (SLO) is secretaris van de COW.

Discussie geopend

Op 29 oktober a.s. presenteert de COW, of, beter gezegd: presenteert het Ontwikkelteam W 12-16 allerlei over het 'ontwikkelwerk'.
De studiedag in Bilthoven is de eerste gelegenheid waarop dat geschiedt. We hopen ook in Euclides regelmatig te kunnen verhalen over het ontwikkelwerk, over discussiepunten, of (zelfs) mogelijke verschillen in opvatting over hoe-iets-wel-of-niet-moet. We vinden dat de wiskundeleraren zoveel mogelijk moeten worden betrokken bij het ontwikkelwerk en dus uiteindelijk bij het opstellen van adviezen door de COW.
Het woord is aan de lezer!
Verder attenderen we op de VALO-conferenties. Vorig jaar, op 3 en 4 december 1987, werd de eerste VALO-conferentie over de onderbouw-wiskunde gehouden. Dit jaar vindt een vervolg-conferentie plaats op 24 en 25 november a.s. (zie de aankondigingen in dit blad). Voor deze conferenties worden speciaal leraren uitgenodigd, mensen met krijt aan de vingers.

Het Ontwikkelteam W 12-16

De COW is er om commissiewerk te doen, plannen op te stellen, het budget te bewaken en tenslotte ook de gevraagde adviezen uit te brengen.
Om de geplande experimenten uit te voeren is het *Ontwikkelteam W 12-16* gevormd, bestaande uit 16 mensen, die zich bezighouden met het ontwerpen en uitproberen van leerteksten. G. Schoemaker (OW & OC) is de leider van het Ontwikkelteam W 12-16.

De Basisvorming

Nadat de Commissie-Van der Blij alias COW aan de slag ging, kwamen onze bewindslieden met de plannen voor de *Basisvorming*, waarin geschetst werd dat het gehele onderbouw-onderwijs qua opzet zou moeten veranderen, hetgeen voor de leerlingen twee mogelijke niveaus inhield, een 'verrijkt' B-niveau en zoiets als het huidige D-niveau.
De Tweede Kamer moet zich over deze plannen

nog uitspreken. In de Tweede Kamer is al gezegd dat eerst de eindtermen bekend moeten zijn.
De bewindslieden hebben voor het opstellen van adviezen over de eindtermen voor alle vakken eindtermencommissies ingesteld. Voor het vak wiskunde kwam deze taak op het bordje van de COW. Een concept-advies over de eindtermen wiskunde ligt inmiddels bij de Staatssecretaris. In hoeverre dit stuk duidelijk maakt wàt er aan wiskunde geleerd moet worden door leerlingen in de Basisvorming, dat is nog de vraag. Uitspraken als: 'verkenning van het empirische kansbegrip', 'interpreteren van computeroutput in termen van variabelen', 'mentaal construeren van ruimtelijke vòorwerpen' en dergelijke krijgen pas body als er een concrete leerinhoud aan gegeven wordt. Door de eis heel snel te komen met een eindtermenadvies stelde de Staatssecretaris de COW voor een bijzonder lastige opgave.

▶ Uit de COW

J. ter Pelle, SLO

In voorgaande afleveringen[1] werd u onder het kopje 'Het laatste nieuws' geïnformeerd over de belangrijkste zaken uit de inmiddels alweer anderhalf jaar oude Commissie Ontwikkeling Wiskundeonderwijs. Onder een meer toepasselijke titel[2] wil COW doorgaan met het publiceren van korte zakelijke berichtgeving van haar activiteiten. Eventuele reacties hierop zijn natuurlijk altijd welkom.[3] Meer inhoudelijke informatievoorziening vanuit het ontwikkelteam van de COW zal onder andere plaatsvinden in de rubriek 'kolom 12-16' van dit blad.
Na de goedkeuring van het COW-plan[4] door de staatssecretaris in juni '87 is de COW drie keer in voltallige vergadering bijeen geweest. In november '87 stond inhoudelijk de examenproblematiek lbo/mavo C/D centraal. Het eerste experimentele examen dat in mei '90 op de drie experimenterende A-scholen zal worden afgenomen blijkt zijn schaduwen dus al ver vooruit te werpen. De COW wil graag sterk betrokken zijn bij het opstellen van opgaven en daarbij afwijken van de thans gebruikelijke 30/70 verhouding open/meerkeuze-vragen. Overigens vindt dit examen nog plaats binnen een nieuwe interpretatie van het huidige programma. In het najaar '88 komt een eerste concept van een nieuw eindexamenprogramma tot stand, ten behoeve van de experimentele examens van mei '91. In de januari- en maart-vergadering van de COW is uitvoerig gesproken over eindtermen basisvorming wiskunde.[5] Inmiddels (juni '88) is de laatste hand gelegd aan een eerste eindtermenadvies en naar de staatssecretaris verzonden. Gezien het vertrouwelijke karakter van dit advies is daar op dit moment weinig méér over te vertellen. Naast deze voltallige vergaderingen wordt door een dagelijks bestuur maandelijks vergaderd. Dit DB initieert en intensiveert contacten met diverse instanties. Behalve het departement, SLO en OW & OC zijn dat vooral SVO (onderzoek), Cito (toetsontwikkeling), LPC's en SIO (scholing en begeleiding), de lerarenopleidingen en educatieve uitgeverijen. Verder houdt men zich bezig met de gang van zaken in het team W12-16, het beleid rond de emancipatieproblematiek, voorlichting, coursewareontwikkeling, individueel beroepsonderwijs, volwasseneneducatie, een plan voor de nascholing van de 40 C- en D-scholen die in '90 bij het experiment kunnen worden betrokken, samenwerking met auteursteams van uitgeverijen op de D-scholen, etc.
In de volgende COW-vergadering in oktober staat inhoudelijk het 'raamplan-in-wording' centraal. In dit plan wordt de beoogde inhoud van het nieuwe wiskundeonderwijs nader aangegeven. Het veld zal in de gelegenheid worden gesteld op dit raamplan te reageren. Je zou het raamplan kunnen opvatten als een allereerste voorversie van het nieuwe leerplan en examenprogramma waarvoor de COW in '92 gehouden is te adviseren.
Tenslotte nog enkele detailopmerkingen. Na gesprekken met een aantal scholen is uiteindelijk besloten tot de keuze van twee i.p.v. de geplande vier B-scholen: een in Amsterdam en een in Deventer. Het totaal aan ontwikkelings- en onderzoeksmogelijkheden op A- en B-scholen blijkt ruim voldoende te zijn. Een belangrijk argument voor de keuze van de school in Amsterdam is het feit dat

daar de allochtonenproblematiek nadrukkelijk speelt. Er zal worden gewerkt aan de totstandkoming van een landelijke werkgroep van deskundigen op het gebied van wiskundeonderwijs aan allochtone leerlingen. De mogelijkheid wordt opengehouden om met ingang van augustus '89 nog twee scholen tussentijds in de experimenten te betrekken.

Noten

1 Zie rubriek 'Het laatste nieuws' in Euclidesnummers van april en september '87 en april '88.
2 De tijd tussen leveren van kopij en datum van verschijnen bedraagt vaak meer dan 3 maanden.
3 Secretariaat COW, t.a.v. J. ter Pelle, SLO, postbus 2041, 7500 CA Enschede.
4 Zie Euclides 63,1 september '87, p. 23 e.v. voor een globale schets van dit plan.
5 Voor een beschouwing omtrent de inhoudelijke standpunten die de COW inneemt t.a.v. de eindtermen basisvorming wordt verwezen naar 'Het laatste nieuws (3)' in Euclides 63,7 van april j.l.

► Kolom 3



George Schoemaker

In deze kolom wil ik het hebben over de opdracht van de COW – Commissie Ontwikkeling Wiskundeonderwijs, ook wel genoemd commissie Van der Blij – aan het team W 12-16. Het team moet resultaten boeken op drie fronten:
1 Het ontwikkelen van nieuwe leerlingenmaterialen met bijbehorende docentenhandleiding. Deze materialen zijn een produkt van ontwikkelingsonderzoek. Het ontwikkelingsonderzoek moet een argumentatie opleveren bij deze materialen en voldoende informatie bieden om derden in staat te stellen andere materialen te maken.
2 Het maken van een raamplan waar materialen een plaats in hebben en waarin keuzen uitgesproken worden. De leerlingenmaterialen illustreren wat met globale omschrijvingen in het raamplan bedoeld wordt. Het raamplan dient vooral een overzicht te geven van het toekomstige leerplan. Wie inzoomt op een bepaalde zin van het raamplan, komt in het wit tussen de letters terecht, tenzij er toevallig illustraties in de vorm van leerlingenmaterialen en bijbehorende observaties als bijlage zijn toegevoegd. Het raamplan dient mensen die met verdere vormgeving van het onderwijs aan de slag gaan te kunnen inspireren.
3 Het maken van een opzet voor de nascholing, aanvankelijk nog beperkt tot de vijf experimenteerscholen. In de zin van nascholing zijn de vijf scholen ook experimenteerscholen.
Het is de bedoeling dat het raamplan leidt tot een leerplan. Het is niet de bedoeling dat de leerlingenmaterialen leiden tot een volledige leergang. De leerlingenmaterialen en het raamplan-in-ontwikkeling moeten auteurs van methoden voldoende informatie bieden om naar hun opvattingen en inzicht op tijd aan het werk te gaan voor het maken van nieuwe schoolboeken. De experimentele nascholing is heel erg gedateerd door de fase waarin het project verkeert. Het zal niet eenvoudig zijn uit de hierbij opgedane ervaringen die conclusies te trekken die gelden voor de nascholing in de volgende fase na 1992.
Bij het denken over de nascholing is eenzelfde opvatting merkbaar als bij het werken aan een nieuw leerplan: Zorg dat er ruimte is waarbinnen mensen ideeën naar hun hand kunnen zetten. Benut de heterogeniteit van de groep van auteurs, onderzoekers, toetsdeskundigen, docenten en ontwikkelaars. Vertaald naar nascholing betekent dat: Zorg niet alleen voor nieuwe ideeën en materialen maar zorg vooral ook dat er een kader wordt opgebouwd van mensen die straks de nascholing kunnen geven. Een kader dat geïnspireerd is en in staat is deze inspiratie door te geven.
Wie opmerkt dat plannen en bedoelingen zijn of haar eetlust niet opwekken, raad ik aan te gaan eten op de studiedag van de NVvW op zaterdag 29 oktober in Bilthoven. U kunt zich aanmelden door geld over te maken voor de lunch. Daaruit concludeert de penningmeester dat u meedoet aan het keuzeprogramma. Op de studiedag van de NVvW kan iedere deelnemer een eigen menu samenstellen. Zie de informatie over de studiedag in EUCLIDES of in de brief die aan alle avo- en lbo-scholen is verzonden.
Wie zich tijdig aanmeldt, ontvangt een boekje waarin de diverse keuzemogelijkheden beschreven staan.

▶ Prof. dr. F. van der Blij

Brengt licht waar het duister is.
Z'n onderwijs is onwijs gaaf.
Hulde.

Zoals uit de grootse huldiging al gebleken is heeft professor F. v.d. Blij vele grote verdiensten op zijn naam staan. Zeker niet in de laatste plaats is daar het geweldige werk bij voor het onderwijs.
Een geboren onderwijsgever als Van der Blij geniet alleen bij mensen die er direct bij betrokken zijn, groot respect voor zijn inbreng. Je haalt er de kop van de krant niet mee; geen wereldrecord of Europacup. Niemand zit aan de buis gekleefd om deze prestaties te bewonderen. Sterker nog, er ontstaat een uitdrukking in de universitaire wereld 'het V.d. Blij-effect', waar toch een minder prettig tintje aan zit. 'Had het ons maar minder duidelijk uitgelegd, dan hadden we geweten dat het toch moeilijk was'. Te gek, want het lijkt haast een pleidooi om slecht onderwijs te geven en daarmee te zorgen dat de studenten aan het werk gaan. Ik geloof daar niet in. Het goed kunnen overbrengen van moeilijke leerstof is een magistrale eigenschap die erg stimulerend werkt en die hard nodig is in ons onderwijs. Welke eigenschappen maken V.d. Blij zo'n goed docent, stimulator voor onderwijsvernieuwers, geliefd spreker en zo'n vraagbaak voor velen?

a Ideeën naar voren brengen waarmee een onderwijsdoel bereikt kan worden.
b Ideeën van anderen omzetten in bruikbare vorm.
c Voorbeelden bedenken,ook uit het dagelijkse leven, waarmee het functioneren van stukjes wiskunde glashelder kan worden.
d Ogenschijnlijk verschillende zaken zo bij elkaar weten te brengen dat iedereen de isomorfie ziet.
e Op een boeiende manier ook de meest droge stof kunnen brengen, accenten op precies de goede plaats leggen, en ook nog net doen of hij zelf verrast is over de uitkomsten.
f Geduld op kunnen brengen als blijkt dat men het tempo niet geheel bij kan benen.
g Het zich in kunnen leven in de oplossingspogingen van een ander; niet meteen overgaan op de hem bekende betere methode maar beginnen waar de vragensteller is en eventueel geleidelijk naar de juiste methode sluipen; de betrokkene denkt dan vaak zelf de oplossing toch gevonden te hebben.

Prof. v.d. Blij ken ik al zeer vele jaren via colleges en talloos vele commissies in het onderwijs. In o.a. de C.M.L.W., het I.O.W.O., O.W. & O.C. en de Hewet-begeleidingscommissie werd voortdurend gesproken over vernieuwing van de leerstof op allerlei niveaus. Telkens trof het mij hoe hij de juiste 'wetenschappelijke en onderwijskundige' laag wist te vinden om met leuke boeiende voorbeelden de vele medewerkers te stimuleren verder te gaan aan de pakketjes. Vele jaren lang heb ik na afloop van zulke commissievergaderingen nog enkele uren wat hogere wiskunde met hem mogen bedrijven. We doken dan in de p-adiek en zonder enige moeite kon V.d. Blij omschakelen en ook met díé stof mij stimuleren het onderzoek, waar we mee bezig waren en waar ik wel eens geen gat meer in zag, voort te zetten.

Hij vertelde me eens één week voor een herexamen vwo een bijlesleerling gekregen te hebben. De betrokkene wist bitter weinig en normaal gesproken is er dan in één week niet veel te beginnen. Het is dan zaak tussen de bergen van ingewikkelde stellingen, bewijzen en opgaven een pad te vinden met net die voorbeelden die zorgen dat zo'n leerling door het examen gesleept wordt. Het zal hem vermoedelijk meer dan eens gelukt zijn.
Het zal niemand verbazen dat V.d. Blij het echt leuk vond om wiskunde-colleges te geven aan biologen, economen, enz.
Als geen ander was hij daar de persoon voor.

Het is te hopen dat Prof. van der Blij nog vele vele jaren in staat zal zijn de geweldige gaven, die hij heeft op onderwijskundig gebied, te kunnen gebruiken om het Nederlandse wiskunde-onderwijs op een nog hoger niveau te brengen.

Hans van Lint

Reken- en wiskundeonderwijs in het I.B.O.

H. Sissing

Doel van dit artikel is een beeld te schetsen van het wiskundeonderwijs in het I.B.O. (Individueel Beroeps Onderwijs). In dit artikel wordt eerst een inleiding gegeven met enkele algemene uitspraken over het vak wiskunde in het IBO, vervolgens wordt verslag gedaan van:

1 het rekenniveau van de IBO-leerlingen,
2 bevindingen van en over de reken- en wiskundedocenten in het IBO,
3 de IBO-wiskundemethoden.

Verder wordt een kort overzicht gegeven van initiatieven in het kader van het wiskundeonderwijs in het IBO.

Inleiding

In de literatuur is nagegaan welke uitspraken er gedaan worden over het vak wiskunde in het IBO. Al snel blijkt dat uitlatingen hierover bijna even zeldzaam zijn als orchideeën in een veldboeket. De opmerkingen die ik uiteindelijk op het spoor gekomen ben, lijken echter meer op brandnetels.

De Groot (1981): 'Een groot aantal ITO-leerlingen heeft een sterke aversie tegen het rekenen, hetgeen ongetwijfeld samenhangt met de aversie, die in veel gevallen is opgewekt tijdens de aan het ITO voorafgaande onderwijsperiode, door het onophoudelijk opdoen van negatieve ervaringen op dit gebied. Dit heeft wellicht bewerkstelligd dat de motivatie tot het nulpunt is gedaald, terwijl de faalangst omgekeerd evenredig is gestegen.'
In het IBO-onderzoek van de RU te Leiden (1978) wordt over IBO-leerlingen opgemerkt dat zij weinig interesse hebben voor techniek, handel en rekenen. Veel leerlingen in het eerste leerjaar van het IBO zijn slechte rekenaars. (H. Beentjes en J. de Haas, 1987)
Uit de gesprekverslagen met leraren uit het IBO/LBO (Muskens, 1981):
'De motivatie voor de vakken wiskunde, natuurkunde en mechanica is erg slecht. Ze zien er het nut niet van in en het is erg moeilijk voor ze. Daarom vinden ze het niet leuk en besteden er weinig aandacht aan. Je kunt ze wel vertellen waarom ze het nodig hebben, maar je moet ze toch achter de broek zitten anders doen ze er niets aan.
De moeilijkheid bij wiskunde is ook dat ze het verbaal niet aankunnen. Wat ze lezen kunnen ze niet vertalen naar wat ze moeten doen om het op te lossen. De meesten laten dan ook wiskunde vallen voor hun examenpakket. Het is gewoon een moeilijk vak. Als je ze een stukje tekst laat lezen voor wiskunde, dan is er praktisch niemand, die in eigen woorden kan vertellen wat er staat.'
Een andere leraar vertelt: 'De moeilijkheid is dat er niet of nauwelijks methodes bestaan voor het individueel onderwijs. Het leerlingentype is ook erg verschillend. Je hebt leerlingen die slecht zijn in wiskunde/rekenen, of juist heel goed, maar die zijn dan weer taalblind. Die laatsten moet je het zo aanbieden dat ze niet hoeven te lezen, want dan kunnen ze er niet uitkomen.'
In het SIO-verslag over differentiatie in heterogene groepen wordt aangegeven dat wiskunde-docenten met i-leerlingen met het SIO-materiaal en de achterliggende ideeën vastlopen.
'De leerling met i-indicatie nemen wij op in de brugklas. In die situatie kunnen wij met jullie ideeen en materialen niet uit de voeten. Kom eens op school kijken.'
Tenslotte een citaat van wiskunde-docenten van een scholengemeenschap: 'Wij krijgen steeds meer zwakke leerlingen, vaak IBO-leerlingen, in de klas.

Vaak blijven ze om organisatorische redenen toch een heel jaar in de klas zitten. Je kan deze leerlingen na de basisstof wel het hulpprogramma laten maken, maar dan zijn ze alleen maar bezig twee keer te bewijzen dat ze iets niet kunnen. Wij willen nu leerstof maken die juist eenvoudig is en handelend van aard. Op die manier kunnen alle leerlingen het plezier van het werken smaken.'

Zoals uit deze citaten blijkt, wordt het rekenen/wiskunde-onderwijs in het IBO door docenten en onderzoekers als problematisch ervaren.
Het problematische karakter van het vak voor de IBO-leerlingen gaat samen met ernstige motivatieproblemen. In het IBO-onderzoek van Van den Broek en Sietaram (1983) geven leerkrachten veelvuldig aan het leerlinggedrag als zeer problematisch te ervaren. Motivatieproblemen spelen daarbij volgens de docenten een centrale rol. Leerkrachten blijken frequent te maken te hebben met leerlingen die niet gemotiveerd zijn. De motivatieproblemen komen het duidelijkst naar voren bij de algemene vakken.

Het niveau waarop IBO-leerlingen rekenen

Over het rekenniveau van IBO-leerlingen zijn maar weinig kwantitatieve en kwalitatieve gegevens bekend.
Wij zullen eerst enige kwantitatieve gegevens uit het onderzoek van T. Mulder bespreken. De resultaten van dit onderzoek komen overeen met de uitkomsten van latere onderzoeken van R. Neuwahl (1979) en K. van Putten (1987).
Deze uitkomsten zijn als volgt samen te vatten:
1 de rekenniveaus van de IBO-leerlingen lopen in basisschooltermen gesproken uiteen van groep 3 t/m groep 8,
2 70% van de IBO instroom scoort op het niveau van groep 3 t/m groep 6,
3 er zijn grote verschillen in prestatie tussen leerlingen onderling.

In een Info-bulletin van het IBO-team van het NGOLB te Ede wordt door T. Mulder verslag gedaan van een onderzoek naar de prestaties van ITO-leerlingen voor het vak rekenen. Cursisten van de ITO-heroriëntatie cursus hebben onder leiding van de cursusleider een schoolvorderingentoets wiskunde (rekenen/cijferen) afgenomen in 36 eerste, 54 tweede, 42 derde en 19 vierde ITO-klassen (zie toets).

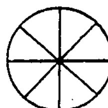
Schoolvorderingentoets wiskunde (rekenen/cijferen)
Fase I
a. $3+8=$ $\quad 14-7=$ $\quad 20+\ldots=60$ $\quad 16+84=$
$48+4=$ $\quad 83-20=$ $\quad 45-\ldots=25$ $\quad 62-35=$

b. $\begin{array}{r}128\\+\ 43\\\hline\end{array}$ $\quad \begin{array}{r}129\\+\ 135\\\hline\end{array}$ $\quad$ let op: aftrekken $\quad \begin{array}{r}242\\-\ 85\\\hline\end{array}$ $\quad \begin{array}{r}8406\\-\ 4725\\\hline\end{array}$

Fase II
a. $7+7+7=$ $\quad$ 6 keer 9 is... $\quad 8\times 4=$
3×7 $\quad$ 3 maal 4 is... $\quad 6\times 7=$

b. $18=\ldots\times 3$ $\quad \ldots\times\ldots=72$

Fase III
a. $64:8=$ $\quad 500:100=$
$28:7=$ $\quad 725:100=$
b. de helft van 6 is ....
een kwart van 12 is ....
een derde deel van 15 is ....
een honderdste deel van 200 is ....





maak $\frac{3}{4}$ deel van de schijf zwart $\quad$ maak $\frac{2}{3}$ deel van het balkje zwart

c. $\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=$ $\quad \frac{1}{4}+\frac{1}{2}=$ $\quad 1-\frac{1}{4}=$

Fase IV
a. $7\times 45=$ $\quad 15\times 60=$ $\quad 14\times 18=$

b. 6/228\... $\quad$ 25/585\...

c. $\frac{1}{2}=0,\ldots$ $\quad \frac{3}{4}=0,\ldots$ $\quad \frac{3}{10}=0,\ldots$ $\quad \frac{1}{100}=0,\ldots$ $\quad \frac{23}{100}=0,\ldots$

d. $0{,}50+1{,}80=$ $\quad 7{,}50-3{,}25=$
$0{,}4+2{,}15+0{,}005=$ $\quad 82{,}5-7{,}02=$
$1+5{,}2+0{,}01+21{,}17=$

Fase V
a. 314/7222\... $\quad$ 128/20864\...

b. 4% van ƒ125,– is... $\quad$ 12% van ƒ80,– is...

c. $1{,}5\times 3=$ $\quad 146:0{,}2=$
$2{,}6\times 1{,}8=$ $\quad 56{,}5:0{,}05=$

Uit de beschikbare gegevens is per leerjaar een willekeurige steekproef genomen.
Enkele gegevens van de totale IBO-groep 1 t/m 4 (N = 278):

1	3 + 8 = ... goed	97%
2	14 − 7 = ...	90%
3	62 − 35 = ...	66%
4	725 : 100 = ...	41%
5	één honderdste deel van 200 is ...	50%
6	maak $\frac{2}{3}$ deel van het balkje zwart ...	40%
7	$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \ldots$	35%
8	25 / 585 \ ...	30%
9	$\frac{1}{100} = 0,\ldots$	17%
10	1 + 5,2 + 0,01 + 21,17 = ...	23%
11	82,5 − 7,02 = ...	13%
12	128 / 20864 \ ...	18%
13	146 : 0,2 = ...	4%

Volgens de onderzoeker, T. Mulder, blijkt dat ruim 30% van de i-leerlingen al problemen heeft met eenvoudige aftreksommen als 62 − 35 = ... Meer dan de helft van de leerlingen kan een eenvoudige streepbreuk niet omzetten in een decimaal getal ($\frac{1}{100} = 0,\ldots$ (83% fout); $\frac{1}{2} = 0,\ldots$ (57% fout); $\frac{3}{4} = 0,\ldots$ (75% fout); $\frac{3}{10} = 0,\ldots$ (64% fout) en $\frac{23}{100} = 0,\ldots$ (78% fout)).

Het kunnen uitvoeren van bewerkingen met kommagetallen en het delen met gehele getallen, is schrikbarend zwak (zie opgaven 8, 10, 11, 12 en 13 in de toets).

In het onderzoek worden de gegevens uitgesplitst naar leerjaar. De gegevens uit het eerste leerjaar (N = 49) en het vierde leerjaar (N = 40) tonen ons het volgende percentage goede antwoorden:

	1e leerjaar	4e leerjaar
62 − 35 = ...	55%	70%
14 − 7 = ...	75%	95%
48 + 4 = ...	80%	100%
25 / 585 \ ...	5%	35%
$\frac{1}{2} = 0,\ldots$	25%	35%
$\frac{1}{100} = 0,\ldots$	8%	18%

Volgens de onderzoeker worden de resultaten naar het eind van de vierjarige opleiding beter. Hij merkt daarbij op dat voor zover de verhoging niet wordt beïnvloed door het elimineren van lage scores, veroorzaakt door tussentijdse schoolverlaters, de vooruitgang toegeschreven kan worden aan het gegeven onderwijs!

De gemiddelden per leerjaar worden verder onderverdeeld per klas en zijn weergegeven in gemiddelden. De gegevens van deze uitsplitsing tonen volgens de onderzoeker aan dat geen klas gelijk is voor wat betreft de rekenprestaties. Hij verbindt hier de conclusie aan dat het geven van cijfers op grond van het klassegemiddelde onjuist is. Uit de overzichten van de individuele scores blijkt dat er sprake is van *grote onderlinge verschillen.* Er wordt geconcludeerd dat de verschillen tussen de leerlingen in één klas voor wat betreft het onderdeel rekenen zo groot zijn dat alleen van individualiserend onderwijs vorderingen mogen worden verwacht. Dit zal tot uitvoering moeten worden gebracht door in één klas de leerlingen volgens een individueel aangepast programma te laten werken en door de leerlingen te groeperen voor zover ze problemen ondervinden met dezelfde opgaven, aldus T. Mulder.

Het beeld dat het voorgaande onderzoek toont, komt in grote lijnen overeen met de uitkomsten van een in de dissertatie van R. Neuwahl beschreven enquete onder 170 ITO-opleidingen en -scholen. In dit onderzoek wordt de geënqueteerden gevraagd aan te geven wat, uitgedrukt in leerjaarniveaus van het lager onderwijs, het niveau van de IBO-leerlingen is bij o.a. het vak rekenen op het moment dat de leerlingen met de opleiding beginnen. Uit het verslag van deze enquete blijkt het volgende:

	1e klas	2e klas	3e klas	4e klas	5e klas	6e klas
Rekenen	1,5%	6,5%	23%	37,5%	24%	7,5%

In het eind oktober 1987 verschenen proefschrift van C. M. van Putten: Leerlingen in het IBO nader beschouwd, staan de meest representatieve en recente gegevens m.b.t. het rekenniveau van de IBO-leerlingen. Volgens Van Putten laten de leerlingen een redelijke beheersing zien van de elementaire,

eenvoudige rekenonderdelen (getalbegrip, eenvoudige hoofdbewerkingen, notie van maten). Daarentegen zijn er grote problemen als bij de oplossing van een rekenopgave een procedure (algoritme) moet worden toegepast (cijferend aftrekken met inwisselen, vermenigvuldigen onder elkaar, staartdelen of als er gerekend moet worden bij het bepalen van oppervlak en inhoud. Op dit proefschrift zal ik in een volgend artikel graag terugkomen.
Kwalitatieve gegevens over de gebruikte oplossingsstrategieën en de aard van de gemaakte fouten zijn spaarzaam. Het volgende gedeelte is gebaseerd op gegevens van H. Beentjes en J. de Haas (1987), W. Hensen (1985) en H. Sissing (1986) (in omgekeerde volgorde):

Fellorance is een leerling uit 3 IHNO die volgens de wiskundedocent en de remedial teacher moeite heeft met het delen.
Ik heb haar de volgende deling voorgelegd: 16 / 5728 \ ...
Ik zeg niets totdat zij zelf aangeeft dat zij klaar is. Op het blaadje staat de volgende oplossing:

```
16 /  5728 \ 348
       15
       ---
       107
       107
       ---
       000
          28
          28
          --
           0
```

Ik vraag haar mij te vertellen hoe zij deze deling heeft gemaakt.
Ze wijst op het cijfer drie en zegt: '3 × 5 = 15'. Zij wijst naar het cijfer vijf in het deeltal. 'Dat moet je opschrijven en aftrekken.'
Ik vraag haar hoe zij dat heeft afgetrokken. Zij zegt: '5 − 5 = 0 en 1 = 1' en vervolgt: 'Dan moet je bijhalen (wijst op het cijfer 7 in 5728) en dan gaat er 107 af en dat is nul.'
Ik vraag haar waarom ze dit doet.
'Er komt altijd nul uit een staartdeling.'
'Dan komt er 28.'
'Waarom?'
'Omdat er 28 staat.'
'Dan 28 eraf trekken en dat is nul';
Ik vraag waarom ze dit doet.
'Er moet nul uitkomen."
Zij stopt. Ik vraag haar hoe zij aan 48 komt.
'Er staat 48 omdat 3 × 16 = 48.'

Dat Fellorance wel eens van staartdelingen heeft gehoord is duidelijk, dat zij van deze bewerking slechts fragmentarische kennis heeft ook. Een dergelijke leerling helpen is voorwaar geen kleinigheid. Zeker niet als men bedenkt dat zij in haar klas bepaald niet de enige is met een dergelijk tekort aan elementaire rekenkennis.

In het artikel *Leerlingen en leerlijnen* van W. Hensen worden drie gesprekken met ITO-leerlingen weergegeven. Na ieder gesprek geeft de schrijfster een diagnose en zet zij voor de betreffende leerling een nieuwe lijn uit. Uit het artikel zal ik het rekenwerk van Bas weergeven. Het illustreert met wat voor problemen leerkrachten in het IBO geconfronteerd worden.

Bas zit in klas 2 van het individueel technisch onderwijs en heeft daarvoor op een LOM-school gezeten.
Ik gaf hem de volgende opdracht:
26 + 7
Hij dacht het volgende: de helft van 7 is $3\frac{1}{2}$;
$3\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 4$
26 + 4 = 30;
30 + 3 = 33.
Het klopt en hij bewijst ook nog inzicht te hebben, maar wat een moeilijke weg.
Ik werd heel nieuwsgierig naar zijn reactie op andere sommen
89 − 7 =
Hij telt op zijn vingers 7.. 8.. 9   2 → 82
Van een aftreksom maakt hij dus een optelsom, weet dit en past het feilloos toe. Hij weet dat het om de ertussen liggende hoeveelheid gaat.
Bij 89 − 17 deed hij het anders 9.. 8.. 7 → 2
8 − 1 = 7 → 72
91 − 54 'rekent' hij als volgt uit:
1 van de 4 = 3,   10 − 3 = 7,   5 − 8 = 2,
5 − 2 = 3 → 37

Jeetje, dit werd even puzzelen om erachter te komen wat hier gebeurde. Hij bedoelde 8 – 5 in plaats van 5 – 8. Voor hem is de buursom 10 – 5 = 5. Hij wist ook, dat als hij dit deed, hij er 2 te veel genomen had, dus moeten er nog 2 af. Het wordt dan 8 – 5 = 10 – 5 – 2 = 3.
Bij 7 × 12 gaf hij als uitkomst: 210.
Wat ik ook piekerde, ik wist niet hoe hij dit deed. Bij navraag bleek het volgende:
7 × 12 → 7 × 2 = 14, 4 opschrijven, 1 onthouden.
1 × 7 = 7
14 + 7 = 21 en die 0 erbij (van het tiental) is 210.
Later deed hij dit:
7 × 12 → 7 × 2 = 14, 4 opschrijven, 1 onthouden;
1 × 7 = 7 en die 1 = 8.
14 + 8 = 22 en die 0 erbij (van het tiental) = 220.
Bas weet van alles van ons rekensysteem, maar verwart verschillende algoritmen. Terwijl hij de uitkomst van de vermenigvuldiging heeft, gaat hij nog eens optellen en met 10 vermenigvuldigen. De cijfers en de handelingen staan los van elke realiteit.

Het artikel van H. Beentjes en J. de Haas (1987) bevat een onderzoek onder 29 IBO-leerlingen (20 ITO, 9 IHNO) waarin wordt nagegaan welke fouten deze eerste klassers maken bij het reguleren van hun oplossingsgedrag. Er worden aan door AVO-leerkrachten geselecteerde goede en zwakke rekenaars formuleopgaven (bv. 42 – 15 = ...) en redactiesommen voorgelegd.
Enkele voorbeelden van leerlingreacties bij dit onderzoek zijn:

De zwembussom
In een bus zijn 47 zitplaatsen.
Klas 1A gaat met de bus naar het zwembad.
Er zitten 17 jongens en 11 meisjes in 1A.
Meneer gaat natuurlijk ook mee.
De leerlingen van 1B hebben een vrij uur en willen ook graag gaan zwemmen.
Hoeveel leerlingen van 1B kunnen er nog mee in de bus?
LL: Er zitten er 28 in. Dan kunnen er nog ..2 en 17..19 mee.
PL: En meneer?
LL: Oh, meneer ..18 dan

de verkeerde verwoording:
Som: 68 – 15 =
LL: 35.
PL: Schrijf dat eens op.
LL: (Schrijft 35).
PL: Vertel eens hoe je dat gedaan hebt.
LL: 60 min 10 is 50; 8 min 5 is 3.
PL: Hoeveel is dat?
LL: 50 ... eh ... 53.

Uit de resultaten van de formule opgaven (kale sommen bijvoorbeeld 17 – 14 = ...) blijkt dat slechts twee leerlingen geen fouten maken bij de beantwoording. Bij het optellen, aftrekken en vermenigvuldigen is voornamelijk sprake van strategische fouten. Bij het delen maken de leerlingen vrijwel alleen kennisfouten (fouten tegen rekenregels). Delen is echt heel moeilijk voor IBO-leerlingen. Ook bij redactiesommen vallen de leerlingen, zij het minder massaal, uit bij het delen. Leerlingen geven aan het werken met redactiesommen leuker te vinden, omdat 'je dan meer hebt dan rekenen', en omdat 'je dan weet wat je rekent.'
Uit deze kwantitatieve en kwalitatieve gegevens over de rekenprestaties van IBO-leerlingen komt het beeld naar voren van een groep leerlingen van wie het grootste gedeelte problemen heeft met de basisvaardigheden van het rekenen. Combineren wij deze constatering met de uitspraken uit de inleiding over faalangst, leeszwakte en motivatie dan blijkt al enigszins met welke problemen de docent wiskunde in het IBO wordt geconfronteerd. ''t Zijn tropenuren.' Of de docenten voldoende voor deze taak geëquipeerd zijn, komt ter sprake in de volgende paragraaf.

De IBO-leerkrachten

Het aantal lesuren dat docenten in het IBO geven is, op een beperkt aantal categorale IBO-opleidingen na, gering. Vooral de leerkrachten die aan een school met een IBO-afdeling verbonden zijn, vinden vaak een aanvulling van enkele uren in deze afdeling. Het is de vraag of deze docenten optimaal bij het I-gebeuren betrokken zijn (Van den Broek, 1983). Bij een aantal IBO-LBO scholengemeenschappen is helaas geen sprake van een vast IBO-

team. Dit heeft o.a. tot gevolg dat: docent X iets opbouwt wat docent Y volgend jaar laat liggen; docent Z dit jaar wiskunde geeft in leerjaar 3, volgend jaar in leerjaar 1 en het jaar daarna helemaal niet meedraait in de I-afdeling! Dat dit verschijnsel in het nadeel is van de IBO-leerlingen behoeft geen enkele toelichting.
Het verkrijgen van kennis en kunde om te kunnen werken als wiskundedocent in het IBO kan plaatsvinden:
1 tijdens initiële opleiding;
2 door middel van nascholingscursussen;
3 door zelfstudie.
Maar het werken in de praktijk van het IBO is mijns inziens de beste scholing voor de docent. Een oud-collega van mij zei, na één jaar IBO: 'Dit is voor mij de beste en meest intensieve cursus die ik ooit heb gevolgd.'
In het werkboek Rekenen van het IBO-team te Ede worden drie groepen onderscheiden:

1 *Wiskundedocenten met NLO, MO- en LO-achtergronden*
Uit gesprekken met IBO-docenten en docenten van de lerarenopleiding is gebleken dat deze IBO-leerkrachten vanuit hun initiële opleiding niet of nauwelijks op de hoogte zijn met de algemene rekendidactiek en de recente veranderingen op dit terrein. In de onderwijspraktijk blijken zij terug te vallen op eigen kennis van het rekenen en werken van daaruit met de leerlingen.

2 *Wiskundedocenten met PABO-achtergrond*
Uit contacten met deze docenten blijkt dat deze groept te verdelen is in docenten met en zonder basisschoolervaring. Voor het deel zonder basisschoolervaring geldt dat zij algemene kennis over reken-/wiskundeonderwijs heeft. Het deel met basisschoolervaring heeft buiten de algemene rekenkennis ervaring in één of meerdere leerjaren met traditionele en/of moderne reken- en wiskundemethoden. Voor de begeleiding van IBO-leerlingen is het echter noodzakelijk dat men o.a. ervaring heeft met de rekenniveaus van groep 3 t/m 8 van de basisschool en dat men kennis heeft van de orthodidactiek met betrekking tot het rekenonderwijs.

3 *Overige IBO-docenten*
Deze groep bestaat uit de docent natuurkunde, de docent huishoudkunde, enz. Bij navraag is gebleken dat rekenonderwijs geen deel vormt van hun initiële opleiding. Zij hebben dan ook geen zicht op het huidige rekenonderwijs en vallen terug op eigen rekenkennis. Er wordt echter in de vakken die deze docenten onderwijzen veel gerekend, met name in de beroepsvoorbereidende vakken. Kennis van het rekenniveau van de leerling is voor de leerkrachten belangrijk en voorkomt voor de leerling en de docenten negatieve ervaringen.
Specifieke (na)scholingscursussen voor wiskundeleraren in het IBO blijken niet te bestaan. Uit gesprekken met docenten is duidelijk geworden dat zij aan dergelijke cursussen wel behoefte hebben.
Enkele uitspraken van deze leraren zijn:
'Wat moet ik met die IBO-leerlingen? Ik heb voor het lesgeven aan deze leerlingen niets aan mijn MO-A!'
'Sommige leerlingen kennen niet eens de tafels.'
'De leerlingen vinden de methode die wij gebruiken niet leuk.'

Zoals uit het bovenstaande blijkt, blijft er voor de meeste wiskundedocenten in het IBO niet veel anders over dan door middel van zelfstudie te proberen een, volgens eigen maatstaven en/of die van de vakgroep zo verantwoord mogelijk onderwijs te geven. Gevolg hiervan is dat men in het IBO een grote diversiteit aan wiskunde-onderwijs tegenkomt:
1 er wordt aan I-leerlingen dezelfde wiskunde voorgelegd als aan LBO-leerlingen,
2 zie 1, maar het tempo is lager,
3 zie 1, maar de moeilijke stukken worden geschrapt,
4 zie 1 en een combinatie van 2 en 3,
5 er wordt alleen cijfertraining gegeven,
6 er wordt afwisselend één uur wiskunde en één uur rekenen gegeven.
7 er wordt alleen reken- en wiskundeonderwijs gegeven met gebruik van pen en papier,
8 er wordt gebruik gemaakt van materialen,
9 enz.

In het samenvattend rapport van het onderzoeksproject Individueel Beroepsonderwijs (Van den

Broek en Sietaram, 1983) wordt verslag gedaan van een onderzoek onder leerlingen en leerkrachten naar sociaal-emotionele kenmerken van IBO-leerlingen. Aan de docenten is m.b.v. een vragenlijst gevraagd aan te geven bij welk deel van de leerlingen zij bepaalde problemen (bijvoorbeeld motivatieproblemen) ervaren. De antwoorden van de docenten zijn uitgedrukt in percentages opgenomen in tabel 1. Ook aan de leerlingen is een vragenlijst voorgelegd met het verzoek om aan te geven welke problemen zijzelf ervaren. Het resultaat is uitgedrukt in percentages eveneens opgenomen in tabel 1. Door de auteurs van het rapport wordt aangegeven dat terwille van de grote lijn alle getallen sterk in de richting van gemiddelden zijn afgerond. Voor meer informatie over de sociaal-emotionele leerlingkenmerken verwijst men de lezer naar het proefschrift van C. M. van Putten (1987): hoofdstuk 4, waarin een uitvoerige beschrijving van deze kenmerken wordt gegeven.

Problemen	Docenten	Leerlingen
Concentratieproblemen	20-50%	25-50%
Motivatieproblemen	25-50%	20-50%
Geremdheid, faalangst e.d.	25-50%	n.v.t.
Status binnen de klas	n.v.t.	10-40%
Afhankelijkheid, onzekerheid	30-60%	n.v.t.
Relaties met medeleerlingen	15-45%	±30%
Relaties met docenten	5-35%	

Tabel 1

In de volgende paragraaf wordt nagegaan welke methoden gebruikt worden in het IBO en welke algemene kenmerken deze methode hebben.

De IBO-methoden

Uit het onderzoeksverslag van de RU Leiden (1978) blijkt dat:
1 bijna 75% van de leerkrachten binnen het IBO vindt, dat men niet kan volstaan met het gebruiken van de bestaande methoden, zoals die langs reguliere weg te verkrijgen zijn,
2 deze leerkrachten gebruik maken van zelfontwikkeld materiaal, al of niet in combinatie met het traditionele materiaal,
3 dit zelf-ontwikkelde lesmateriaal de leerlingen beter zou motiveren en dat het materiaal beter zou aansluiten bij de verstandelijke kwaliteiten en de belevingswereld van de IBO-leerling en bovendien meer tegemoet zou komen aan de behoefte tot differentiatie dan het gebruikelijke materiaal,
4 veel leerkrachten die de officiële (reguliere) methoden wel gebruiken, aangeven dit te doen bij gebrek aan beter.

De conclusie luidt dat er dringend behoefte is aan lesmateriaal dat speciaal op de IBO-leerlingen is afgestemd.
Door de onderzoeker (Rutgers, 1980) wordt opgemerkt dat ondanks de vele geconstateerde verschillen tussen officieel en zelf-ontwikkeld materiaal slechts één punt kan worden aangewezen waarin het zelf-ontwikkelde lesmateriaal zich positief onderscheidt, en dàt kan verklaren waarom leerkrachten zelf-ontwikkeld materiaal gebruiken.
Dit punt betreft de leerstof, die van *eenvoudig niveau* moet zijn.

Op de overige aandachtspunten, waarvan de onderzoekers denken dat ze belangrijk zijn met het oog op de meest ervaren problematiek binnen het IBO, zoals differentiatiemogelijkheden en inhoud, 'scoren' de zelf-ontwikkelde lespakketten lager dan de officiële lespakketten.
Hoewel de geconstateerde verschillen verder niet kunnen verklaren waarom het zelf-ontwikkelde lesmateriaal beter zou aansluiten, wijzen deze verschillen ons wel op de sterke behoefte aan aanvullend lesmateriaal naast het officiële. (R. Rutgers, Deelrapport V 'Lespakketten voor taal en rekenen in het IBO', 1980.)
Voor het vak rekenen wordt verondersteld dat IBO-leerkrachten behoefte hebben aan lespakketten, naast het officiële aanbod, die gericht zijn op voorwaardelijke en aanvankelijke rekenvaardigheden die voor een deel van de leerlingen van de IBO-klas bedoeld zijn, en waarbij het handelen met concreet materiaal een grote plaats inneemt.

Door de docenten wiskunde/rekenen is in het onderzoek 249 keer een methode genoemd. Deze methoden worden gemiddeld vrij positief beoordeeld (tabel 2):

Tevredenheid over de methoden wiskunde/rekenen op het ITO, IHNO en ILO.

schooltypen	N	tevreden %	ontevreden %	geen mening %
ITO	160	69	22	9
IHNO	67	58	29	13
ILO	22	68	23	9
Totaal	249			

Tabel 2

Voor het vak wiskunde/rekenen zijn een zestal methoden genoemd met een frequentie van 10 en meer. In tabel 3 worden methodes en frequenties weergegeven.

methodes	ITO (N = 160)	IHNO (N = 67)	ILO (N = 22)
Proef op de som	18	16	3
Cijfertraining	18	2	1
Wiskundig rekenen	17	7	2
Werkboek wiskunde	15	–	1
Van A-Z	11	3	–
Rekenen geen kunst	1	11	–

Tabel 3

De frequenties per methode liggen te laag om de mate van tevredenheid voor ieder in een percentage uit te kunnen drukken. De blijkens tabel 2 positieve beoordeling gaat niet op voor de methode 'Van A-Z'. Uit de waardering blijkt wel dat deze methode voor het IBO niet geschikt wordt geacht. (Rapport eerste onderzoeksfase, 1978.)

In het werkboek Rekenen (IBO-team, 1986) worden over enkele in het IBO gebruikte wiskundemethoden de volgende algemene uitspraken gedaan:
1 het zijn sterk mechanistische methoden;
2 er is veel oefenstof: rijtjes;
3 weinig tot geen materiaalgebruik;
4 er wordt geen of weinig rekening gehouden met de belevingswereld;
5 het zijn kale cijferleergangen van het type:
les 1: voorbeeld — nu jij: sommen bepaald type
les 2: voorbeeld — nu jij: sommen bepaald type
enz.
6 ontwikkelingen op het gebied van realistisch rekenen/wiskunde-onderwijs zijn, afgaand op de onderzochte methoden, aan het IBO voorbij gegaan. (Deze methoden zijn: Rekenvaardig, Rekenschap, Op veilig spoor, Mabesoone, Dubbel Op, Cijfertraining, Rekenen geen kunst.)

Slot

In dit artikel is geen expliciete aandacht gevraagd voor de relatie tussen de basisvorming en het begeleiden van de IBO-leerlingen. Toch speelt deze kwestie in de nabije toekomst een belangrijke rol bij het invoeren van de basisvorming in het voortgezet onderwijs:
Op grond van het in dit artikel geschetste beeld van het reken- en wiskundeonderwijs in het IBO denk ik dat de basisvorming voor wat betreft het vak rekenen/wiskunde voor de meeste IBO-leerlingen en hun docenten zeer grote problemen gaat opleveren.
Het rekenniveau van de meeste beginnende IBO-leerlingen is te laag om de einddoelen van het 'B$^+$-niveau te kunnen bereiken. Daarbij komt nog dat, zoals in het onderzoek van de RU Leiden (1983) is beschreven, de problemen van IBO-leerlingen zich niet beperken tot rekenmoeilijkheden. Enkele van die problemen zijn: faalangst, leeszwakte, gedragsproblemen, zwakke verbaal-intellectuele vaardigheden en motivatieproblemen.
Dat er binnen en buiten de basisvorming veel moet gaan gebeuren aan het wiskunde-onderwijs voor IBO-leerlingen is mijns inziens zo'n open deur dat een waarheid als een koe daar ruim overdwars doorheen kan.
Er is dringend behoefte aan lesmateriaal dat is afgestemd op IBO-leerlingen, nascholingscursussen en onderzoek!
Gelukkig wordt er momenteel een aantal initiatieven ontplooid:
1 De SLO (Stichting voor de Leerplanontwikkeling) houdt zich in het kader van een project Rekenen/Wiskunde in het IBO bezig met visie- en (*leerling*)materiaalontwikkeling.
2 Binnen het SIO-project (Scholen in Ontwikkeling) is men bezig met een uitgebreid onderzoek naar de i-problematiek voor onder andere rekenen/wiskunde.

3 Landelijke contactgroep IBO-rekenen/wiskunde

Dit is een contact-(werk)groep voor personen die geïnteresseerd zijn in het reken/wiskundeonderwijs aan IBO-leerlingen. De groep bestaat momenteel uit medewerkers van SIO, KPC en PTH (Pedagogisch Technische Hogeschool). Ieder die aan deze groep wil deelnemen, is van harte welkom.

Contactpersoon: Willem van Gaans, p/a KPC, Postbus 482, 5201 AL 's-Hertogenbosch.

Mocht u naar aanleiding van dit artikel, suggesties, op- of aanmerkingen kenbaar willen maken, schrijf of bel mij dan! (Adres en telefoonnummer: zie achterzijde omslag.)

Met dank aan Hans ter Heege voor zijn commentaar op een eerdere versie van dit artikel.

Literatuur

1 Beentjes, H. en J. de Haas: *Niet bij kennis alleen: strategische fouten bij het rekenen*, Tijdschrift voor Orthopedagogiek, 26, 4, 187-198, 1987.

2 Broek, P. van den en K. Sietaram: *Individueel Beroepsonderwijs: een samenvattend rapport* (SVO-0387), Leiden: Rijksuniversiteit, LICOR/Vakgroep Onderwijskunde, 1983.

3 Doevendans, G. e.a.: *Stukjes van een puzzel*, Oss: Kampert bv, 1985.

4 Groot, R. de: *Adolescenten met leermoeilijkheden in het IBO*, Groningen: Wolters-Noordhoff, 1981.

5 Hensen, W.: Leerlingen en leerlijnen, in: *Willem Bartjens*, 4 (1984/1985), nr. 3, 168-174, 1985.

6 Mulder, T.: Informatiebulletin van de ITO-heroriëntatiecursus, (1976/1977), nr. 4. Ede: IBO-team, NGOLB.

7 Muskens, L. A. G. M.: *Inventarisatie van knelpunten in de klas in het LBO*, SVO-0423. 's Gravenhage: Staatsuitgeverij, 1981.

8 Neuwahl, N. M. E.: *Het IBO gevolgd*, Academisch proefschrift. Lisse: Swets & Zeitlinger, 1979.

9 Pouw, H.: *Differentiatie in heterogene groepen*, SIO-uitgave, 1986.

10 Putten, C. M. van: *Leerlingen in het individueel beroepsonderwijs nader beschouwd*, Academisch proefschrift, Leiden, 1987.

11 *Rapport over de eerste onderzoeksfase*, SVO-0387. Leiden: Rijksuniversiteit, LICOR/Vakgroep Onderwijskunde, 1978.

12 Rutgers, R.: *Lespakketten voor taal en rekenen in het IBO*, SVO-0387, deelrapport 7. Leiden: Rijksuniversiteit, LICOR/Vakgroep Onderwijskunde, 1980.

13 Sissing, H.: *Werkboek rekenen in het kader van de cursus toelatings- en begeleidingsonderzoek*, Eindhoven: PTH-IBO-team, 1986.

Over de auteur:

Henk Sissing is verbonden aan de afdeling IBO-LBO-nascholing van de Pedagogisch Technische Hogeschool te Eindhoven en aan de S.L.O. te Enschede.

Mededeling

Cursussen wiskundeleraren:

Grafentheorie en wiskundige economie

Ook dit schooljaar organiseert de Hogeschool Katholieke Leergangen Tilburg weer nascholingscursussen voor wiskundeleraren, speciaal degenen onder hen die Wiskunde-A op VWO en HAVO doceren. Alle cursussen zijn te Tilburg op vijf maandagavonden van 17.35-20.15 uur.

Grafentheorie met toepassingen

In het vernieuwd programma Wiskunde A voor het VWO is grafentheorie een van de onderdelen. Voor een aantal leraren is in de Hewet-nascholing dit onderwerp te summier aan de orde gekomen. Deze cursus geeft een kans om zich wat meer in de theoretisch-wiskundige achtergronden te verdiepen en kennis te maken met meerdere toepassingen.

Cursusomschrijving:

Grondbegrippen grafentheorie; kennismaking met wiskundige theoretische achtergronden, toepassingen op het gebied van doorloopbaarheid, verbindingsproblemen, kortstewegproblemen, kleuringen.

DATA: 31 oktober, 7, 14, 21 en 28 november 1988.

Vervolgcursus grafentheorie

Onderwerpen in overleg met de deelnemers.

DATA: 20 en 27 februari, 6, 13 en 20 maart 1989.

Wiskundige economie

In het vernieuwde programma Wiskunde A voor het VWO komt ook economie als toepassingsgebied nogal eens aan de orde. Voor wiskundeleraren die in hun eigen opleiding hiermee nooit kennis gemaakt hebben, is hier een gelegenheid om zich wat meer in de achtergronden van wiskundige economie te verdiepen.

Cursusomschrijving:

Theorie van consument (nutsfuncties, vraagfuncties, elasticiteit) en producent (produktiefuncties, isowinstvlakken, aanbodfuncties): prijsvorming bij volledige mededinging.

Indien nog tijd: principes van speltheorie.

DATA: 16, 23 en 30 januari, en 13 en 20 februari 1989.

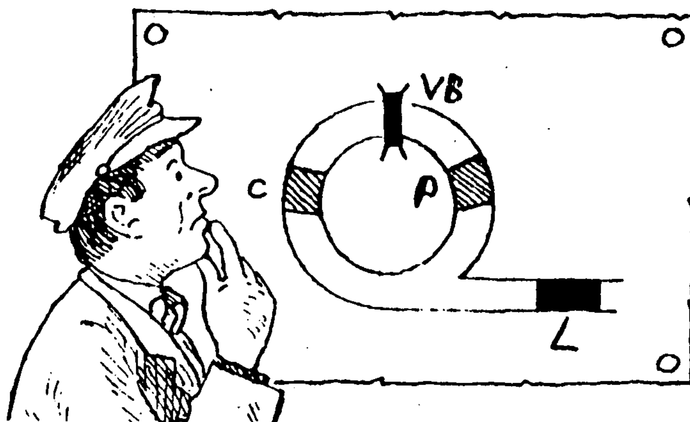
Vervolgcursus wiskundige economie

Onderwerpen in overleg met de deelnemers

DATA: 10, 17 en 24 april, 1 en 8 mei 1989.

Voor verdere informatie: drs. L. Kuijk, telefoon 013-39 46 70.

● Werkblad 2a ●



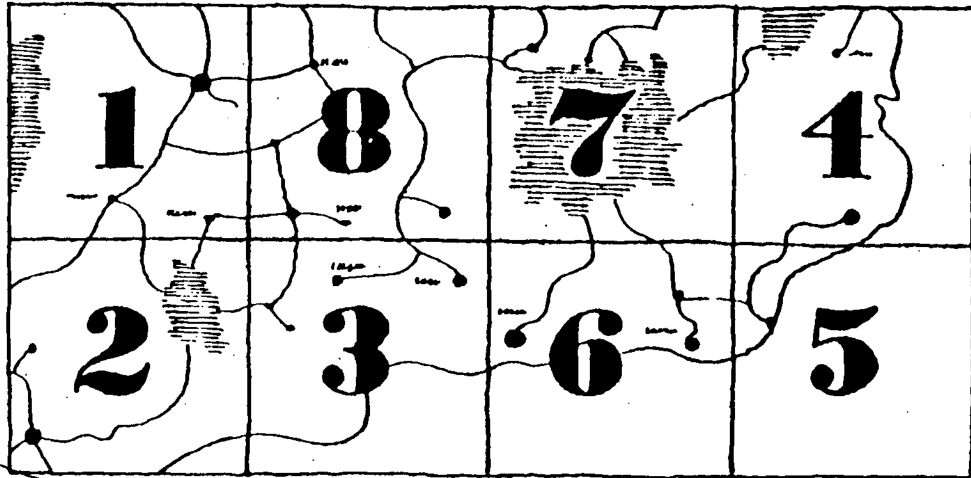
▶ Het rangeerprobleem

In de tekening zie je een spoorweg-'rotonde' aan het eind van een hoofd-spoorlijn. C is een wagon met containers, P is een wagon met papierrollen en L is een locomotief. VB is een voetgangersbrug over de spoorlijn.

Het probleem is nu dat de beide wagons van plaats verwisseld moeten worden. De moeilijkheid is dat de wagons niet onder de voetgangersbrug door kunnen. De locomotief, die elk van de wagons moet verplaatsen, kan wel onder de voetgangersbrug door. Na het rangeren moet de locomotief terug naar de hoofdspoorlijn.

Hoe moet de machinist van de locomotief dit probleem oplossen?

● Werkblad 2b ●



▶ Het opvouwen van een kaart

Van een zekere landkaart is de lengte twee keer zo groot als de breedte. De kaart kan worden opgevouwen tot een vierkant, dat acht keer zo klein is als de kaart. Dat opvouwen kan op vele verschillende manieren gedaan worden.

Neem zelf een stuk papier en verdeel dat in acht gelijke vierkanten, zoals in de tekening. Haal de randen er af.
Onderzoek dan op hoeveel manieren je het stuk papier kunt opvouwen. Je kunt bij elke keer opvouwen opschrijven in welke volgorde de nummers 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 en 8 komen te liggen.
Onderzoek of je ook de volgorde 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 kunt krijgen.

● Serie ● ● ● ● ●

'Auteurs in beeld'

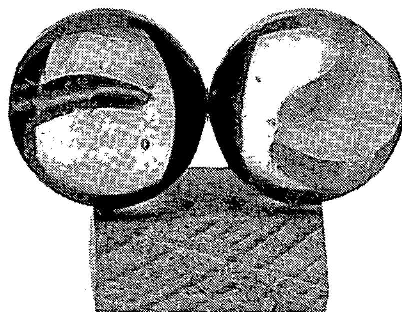
▶ Milan Kundera en de Werkgroep Zestien Min-Zestien Plus

Joop van Dormolen

De Werkgroep Zestien Min-Zestien Plus is een groep van auteurs die samen een methode schrijven voor realistisch wiskunde-onderwijs. De naam verwijst naar de twee categorieën leerlingen bij het voortgezet onderwijs, die van 12-16 jaar en die van 16 jaar en ouder. De methode WISKUNDE EXACT, uitgegeven bij Meulenhoff Educatief, is bedoeld voor het mavo, het havo en het vwo. Deel 1 voor de brugklas en deel 2 voor het tweede leerjaar zijn verschenen. Twee versies van deel 3 voor mavo/havo en havo/vwo en deel 4 voor het mavo zijn in produktie. De werkgroep bereidt momenteel teksten voor het te verwachten nieuwe havo programma voor.

Als lid van de Werkgroep wil ik in dit artikel ingaan op de motieven, opvattingen en doelstellingen zoals die zich in de loop van de jaren in onze schrijversgroep ontwikkelden. Ik zal daarvoor gebruik maken van een analogie, ontleend aan de opvattingen van de Tsjechische schrijver Milan Kundera over literatuur. Ik zal niet de inhoud van onze boeken beschrijven. Wie daar meer over wil weten kent de weg waarlangs dat mogelijk is.
Kundera heeft zijn opvattingen uiteengezet in een interview ter gelegenheid van de verfilming van zijn roman *De ondraaglijke lichtheid van het bestaan.* Volgens hem bestaat literatuur uit twee lagen, die elk een andere invloed op de lezer uitoefenen.
De ene laag noemt hij het epische deel van de roman. Door middel daarvan vertelt de schrijver zijn verhaal. Het effect op de lezer uit zich in de behoefte te weten hoe het verder gaat. De schrijver wekt verwachtingen, die de lezer nieuwsgierig maken naar het vervolg en naar de ontknoping.
De andere laag noemt Kundera de musische laag. Zoals de componist zijn thema bewerkt, varieert, doorwerkt met een neventhema, zo weet de schrijver door het verhaal heen een sfeer op te roepen. Gevoelens en emoties van de karakters werken op elkaar in. Hierbij raakt de lezer niet benieuwd naar de afloop van het verhaal, maar naar de manier waarop het thema en de neventhema's worden uitgewerkt en gevarieerd, naar hoe de verschillende thema's op elkaar inwerken.
Het effect van het verhalende deel is nieuwsgierigheid naar de toekomst, het effect van het musische deel is nieuwsgierigheid naar het hier-en-nu, of zelfs naar het verleden: hoe was dat nu eigenlijk precies. Beide effecten zijn elkaars complement. Ze werken elkaar niet tegen, maar vullen elkaar aan. Door het ingewikkelde samengaan van toekomstverwachting en hier-en-nu-beleving krijgt de lezer een gevoel van schoonheid, van bevrediging.

Onze Werkgroep Zestien Min-Zestien Plus schrijft geen literatuur, maar leerteksten voor wiskunde. Kundera's ideeën over literatuur zijn echter uitste-



25 Kun je twee knikkers met een diameter (dikte) van 2 cm naast elkaar leggen op een plankje van 2,5 cm lang?
26 Hoe lang moet zo'n plankje minstens zijn?

kend te vertalen naar wat ons beweegt bij het schrijven van de teksten van WISKUNDE EXACT.
Die bewogenheid is op te splitsen in drie categorieën:
- basisopvattingen over wiskunde,
- basisopvattingen over de rol van wiskunde in onze (Nederlandse) samenleving,
- basisopvattingen over hoe mensen met elkaar zouden om moeten gaan.

Over elke van deze wil ik in het volgende iets zeggen. Alle voorbeelden zijn gekozen uit de leerteksten van WISKUNDE EXACT.

Wiskunde

Ik heb hier bewust als voorbeeld een stuk tekst gekozen, waarbij het niet gaat om het overdragen van wiskundige theorie. Wiskunde bestaat niet alleen uit *theorie*, maar ook uit *algoritmen*, uit *methodieken*, uit *logische samenhangen* en uit *conventies*. De gekozen tekst gaat over een conventie.

In termen van de literatuuropvatting van Kundera zou je kunnen zeggen, dat de letterlijke inhoud van dit stuk tekst het verhalende deel is. Net als bij een goed verhaal is er een expositie (de eerste alinea), een ontwikkeling (de tweede alinea) en een oplossing (de derde alinea). Net als in een goed verhaal is het geen afgerond geheel. Een verhaal dat eindigt met 'Zij leefden nog lang en gelukkig' is alleen een goed verhaal, als je je na het lezen afvraagt: 'O ja? Lang en gelukkig? Nou, dat zal me benieuwen! Gebeurt er dan verder niets meer met ze?' In het verhaaltje over de grote getallen wil de schrijver ook, dat de lezer nieuwsgierig blijft: wat kun je met deze manier van schrijven nog meer doen? Zijn er nog andere oplossingen van het probleem van de grote getallen?

Het musische deel zit hem in de behandeling van het thema. In dit geval heet het thema: grote getallen. Echt nieuw is het thema niet voor de lezer, maar wel hoe het gevarieerd wordt. Het is, zo hopen de schrijvers, voor de lezers een verrassing in de eerste alinea te zien dat het thema in verschillen-

Grote getallen nemen veel plaats in en zijn meestal onoverzichtelijk. Kijk maar.
De straal van de aarde is 640 000 000 cm.
De diameter van de zon is 139 000 000 000 cm.
In 1970 woonden er op aarde 3 640 000 000 mensen.
Een restauratie van een kerktoren in Boxtel kostte 2 000 000 gulden.
Jij bent ongeveer 400 000 000 seconden oud.

Om meer overzicht te krijgen hebben mensen verschillende oplossingen bedacht.
Een oplossing is het gebruiken van een andere eenheid.
Niet 640 000 000 cm, maar 6400 km.
Niet 139 000 000 000 cm, maar 1 390 000 km.
Niet 3 640 000 000 mensen, maar 3 640 miljoen mensen.
Niet 2 000 000 gulden, maar 2 miljoen gulden.
Niet 400 000 000 seconden, maar 12 jaar en 8 maanden.

Een andere oplossing is de volgende.
Niet 640 000 000, maar 64×10^7 (spreek uit: vierenzestig maal tien tot de zevende).
Niet 139 000 000 000, maar 139×10^9 (spreek uit: honderdnegenendertig maal tien tot de negende).
17 Waar komen de getallen 7 en 9 vandaan?
18 Leg uit waarom je voor 400 000 000 seconden ook 4×10^8 seconden kunt schrijven (vier maal tien tot de achtste).

de situaties voor komt: in afmetingen, in bevolkingsaantallen, in restauratiekosten en in leeftijd. In de tweede alinea is er een neventhema: het kan ook anders. In de derde alinea volgt de doorwerking: thema en neventhema worden samengevoegd tot een nieuw stuk.

Wiskunde doen is een proces, waarbij *probleemsituaties* in de vorm van vraagstellingen en *kernen* in de vorm van (voorlopige) oplossingen elkaar aanvullen en afwisselen. Een probleemsituatie lost zich op in een kern en elke kern is zelf weer kiem van een nieuwe probleemsituatie. Een wiskundetekst waarbij alleen de kern wordt meegedeeld is als een verhaal waarin alleen verteld wordt hoe het afloopt. In ons voorbeeld zou zo'n verhaal alleen uit de derde alinea bestaan.

Ons verlangen goede 'verhalen' te willen schrijven, waarbij probleemsituaties en kernen elkaar aanvullen en afwisselen, heeft consequenties. We geven onszelf daarmee een opdracht die het ons wel eens moeilijk maakt. Een van de problemen die erbij rijzen is bijvoorbeeld:
Hoe vind je bij elke kern die je volgens het Rijksleerplan in de methode moet opnemen een goede probleemsituatie? Verschillende kernen die tegenwoordig op school onderwezen (moeten) worden komen voort uit een historische probleemsituatie, die óf niet op te sporen is, óf niet op eenvoudige manier duidelijk te maken is aan een lezer die niet beschikt over een brede historische achtergrond. Je moet als auteursgroep of als leraar dan zoeken naar andere probleemsituaties, die zinvol zijn voor de leerlingen. Zo'n onderwerp is het probleem van de discriminant van een tweedegraads vergelijking.
Oorspronkelijk ging het helemaal niet om de vraag of een bepaalde tweedegraadsvergelijking al dan niet een oplossing heeft, maar om de algemene vraag naar de oplosbaarheid van vergelijkingen van het type $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_n = 0$.
Een ander voorbeeld is het gebruik van taal en notaties uit de verzamelingenleer. De probleemstelling waaruit deze is ontstaan berust op diep fundamentele zaken van logisch-filosofische aard, die niet te bespreken zijn, als de betrokkenen niet een grote kennis en vaardigheid hebben in de wiskunde.
De oplossing voor dit probleem proberen we te vinden in het bedenken van een *realistische context*. Dat wil zeggen van probleemsituaties, die de lezer wel als zodanig aanspreken. Zulke realistische probleemsituaties behoeven niet authentiek zijn, dat wil zeggen dat het verhaal niet echt gebeurd behoeft te zijn. Er bestaan ook goede sprookjes. Ik wil in dit verband de sprookjes van Andersen noemen. Ik vind dat prachtige voorbeelden van realistische, maar onmogelijk authentieke, contexten.

Een andere mogelijkheid om uit het dilemma te komen is om het in het musische element te zoeken. Dat betekent, dat we zoeken naar verrassende en elegante variaties van het thema.
In enkele gevallen hebben we de oplossing gezocht in het uitstellen van de introductie van de kern. Zo wordt bijvoorbeeld het schrijven van verzamelingen in de vorm {.............} pas besproken in deel 4 voor het mavo. En dat alleen omdat de leerlingen het moeten kennen voor het eindexamen. We hebben voor dit onderwerp geen verhaaltjes kunnen bedenken waarvan we geloven dat ze de lezer nieuwsgierig maken en geen musische elementen kunnen componeren, waarvan we geloven dat zij de lezer geboeid houden.

De rol van wiskunde in onze samenleving

Een realistische context is niet noodzakelijk een nuttige context. Jaren geleden heb ik eens met stijgende verbazing naar een uitstekende lezing geluisterd waarin verslag werd gedaan van een uitstekend opgezet experiment, waarbij zwak lerende kinderen van 10-12 jaar met succes leerden hoe je vectoren kunt optellen en aftrekken. Het leek op een succesvolle reclamecampagne waarbij mensen er toe gebracht worden iets te kopen wat ze volstrekt niet nodig hebben en wat ze ook niet zullen gaan gebruiken en waarbij bovendien die mensen nog tevreden zijn, dat ze het produkt gekocht hebben. Thuis gekomen zetten ze het in het gootsteenkastje om het jaren later bij een grote schoonmaak tegen te komen en zich af te vragen wat dat ook alweer voor een ding was.

B
Trappen

Marmeren trappen in oude, statige gebouwen hebben vaak brede treden. Er is weinig hoogteverschil tussen de opeenvolgende treden. Bij steile stoepen en zoldertrappen kan dat heel anders zijn.
Een stilstaande roltrap is lastig te beklimmen.

20 Waar ligt dat aan?

21 Denk je dat er in jouw school en in een peuterspeelzaal dezelfde trappen gebruikt kunnen worden? Leg je antwoord uit.

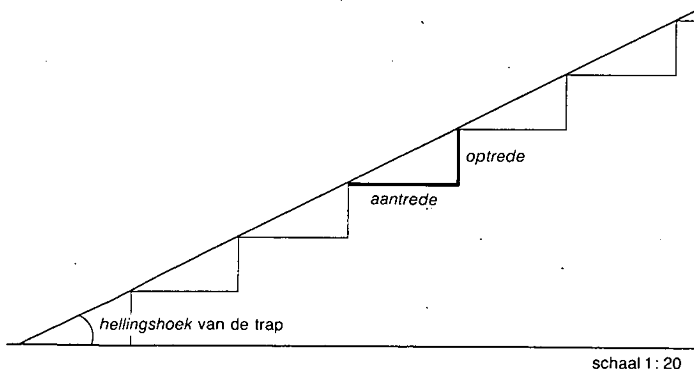


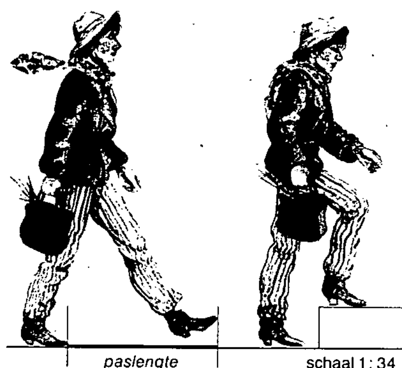


Er is een **formule** bedacht die bij het ontwerpen van trappen gebruikt kan worden. Met deze trappenformule kun je voorspellen of iemand van gemiddelde grootte een trap prettig beloopbaar of onplezierig beloopbaar vindt.
De formule luidt als volgt:

2 × *optrede* + *aantrede* = *paslengte*

Wat de woorden uit de formule betekenen zie je hieronder.





22 Hoe groot zijn de optrede en de aantrede van de trap linksboven?

23 Hoe lang is de paslengte van de lopende vrouw?

24 Is de trap volgens de trappenformule geschikt voor deze vrouw?

25 Past de trap in een peuterspeelzaal?

26 Hoe groot is de hellingshoek van de trap?

Een context kan realistisch zijn, maar dat wil niet zeggen, dat de wiskunde die er in voorkomt ook *nuttig* is. Nuttig en realistisch zijn geen synoniemen.

De kern in dit voorbeeld is de introductie van het begrip formule. Dat begrip wordt nu verder niet nader gespecificeerd. In het begin gaat het er meer om dat de lezer leert wat je met een formule kunt doen, dan dat deze kan zeggen wat een formule is. (Het zou mezelf trouwens ook niet meevallen om nauwkeurig te zeggen wat een formule is.) We hebben hier het musische element, in dit geval de nuttigheidsfunctie, ook weer buiten de wiskunde gezocht. Dat is ook de reden waarom er niet staat:
paslengte = 2 × *optrede* + *aantrede*
maar:
2 × *optrede* + *aantrede* = *paslengte*
We hebben dat gedaan omdat we denken, dat de lezer in deze eerste kennismaking spontaan aan de gang gaat met het invullen van getallen voor de twee variabelen *aantrede* en *optrede* en dan controleert of het klopt met het getal voor *paslengte*. De volgorde van de te verwachten handeling is dezelfde als de leesvolgorde van links naar rechts. Het van rechts naar links lezen van formules komt later, zij het niet expliciet, aan de orde.
Pas in een later stadium ga je er over nadenken om een tabel te maken voor allerlei verschillende combinaties. Dat gebeurt dan ook in het vervolg op deze tekst. Later kun je eventueel ook met grafieken gaan werken.
Dat zijn echter variaties op het thema, waarbij het niet om het theoretische begrip formule gaat, maar om methodieken om de formule zo efficiënt en overzichtelijk mogelijk te gebruiken.
Daarmee maken we overigens duidelijk, dat nuttigheid voor ons niet synoniem is met 'buiten de wiskunde'. De rol van wiskunde in de maatschappij wordt ten onrechte dikwijls geïdentificeerd met toepasbaar op niet-wiskundige situaties. Ook het oplossen van een puzzel, die geen enkel economisch of sociaal nut heeft, kan nuttig zijn vanwege het plezier dat de oplosser eraan beleeft. En ook het opbouwen van een formeel wiskundige structuur kan nuttig zijn. Ik noem dat voor mezelf het culturele nut van de wiskunde.
Het boeiende van teksten als in dit voorbeeld is de haast onontwarbare vervlechting van het verhalende en het musische. De lezer ondergaat zowel de nieuwsgierigheid naar het vervolg, als de verrassing van het variëren van het thema. Als ik onze teksten doorblader vind ik veel van deze elementen.

Omgaan met mensen

Didactiek heeft te maken met het structureren van het onderwijsleerproces. En wel zodanig, dat de leerling doelgericht, effectief en gemotiveerd kan leren. Belangrijk daarbij is, dat een leraar of een auteur zo goed als mogelijk probeert zich een idee te vormen van de mogelijkheden van de leerling en daar dan rekening mee houdt bij het ontwikkelen van het onderwijs. Dat kan vanuit verschillende motieven gebeuren.
Het ene motief is, dat het gewoon verstandig is om iets zo effectief mogelijk te onderwijzen. Het andere motief is, dat je het uit respect voor de individualiteit van een ander mens verplicht bent.
Bij de bovenvermelde lezing over het leren werken met vectoren was er sprake van een extreme aanhang van het eerste motief. Ook bij geprogrammeerd leren is daar nog in veel gevallen sprake van. Een extreme aandacht voor het tweede motief kan zich uiten in onderwijs zonder vooropgestelde leerdoelen. Goede uitwerkingen daarvan zijn te zien in sommige ontwikkelingsprogramma's van volwasseneneducatie. Ook zijn er voorbeelden in Zuid-Amerika van onderwijs aan kinderen uit sloppenbuurten, waarbij niet van tevoren leerstofdoelen worden geformuleerd.
De gemiddelde leraar en de gemiddelde auteur hebben beide motieven nodig.

Tijdens een onweersbui kun je onder bepaalde omstandigheden nagaan wanneer de bui naar je toe komt en wanneer de bui van je af gaat.
Iemand heeft van een aantal achtereenvolgende donderslagen een lijstje bijgehouden van de wachttijden tussen lichtflits en donderslag.
6 Hoe ver was het onweer weg bij de eerste donderslag van het lijstje?
7 En bij de laatste?
8 Bij welke donderslag was het onweer het dichtst bij? Wat was de afstand toen?

nummer van de lichtflits	*wachttijd* in sec
1	9
2	6,5
3	5
4	4,5
5	6
6	7,5

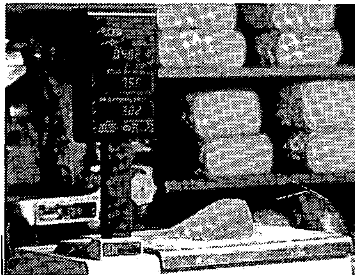
Analyse van redenen waarom leerlingen op zeker moment van wiskunde afhaken bracht ons tot de overtuiging, dat een van de belangrijkste oorzaken gelegen is in een onvoldoende ontwikkeling van het variabelebegrip. Dat betekent, dat in de meeste gevallen het algebra-kwaad al in de brugklas geschiedt. Er ontstond in de groep een slagzin: 'Hoe elementairder, hoe moeilijker". In de praktijk betekent dat, dat juist basisbegrippen, waarvan de variabele er een is, niet op korte termijn goed geleerd kunnen worden.
Bij het zoeken naar goede didactische methoden waarbij recht gedaan wordt aan de individualiteit van de leerling kwamen wij onder meer terecht bij het principe van de zone van naaste ontwikkeling dat ontwikkeld is door de Rus Vygotskii.
Bepaalde kennis en vaardigheden kan iemand zelfstandig gebruiken en bij zichzelf ontwikkelen. Andere kennis en vaardigheden kan iemand niet leren, omdat die nog te ver van hem af ligt. Ook als een leraar je iets goed en geduldig uitlegt kun je het nog niet leren, omdat je er gewoon nog niet aan toe bent.

Tussen die twee uitersten van zelfstandig leren en iets niet kunnen leren ondanks hulp, ligt de zone van de naaste ontwikkeling. Dat is de situatie waarbij iemand al zoveel ervaringen heeft opgedaan, dat het mogelijk is iets nieuws te leren met een steuntje in de rug van een goede leertekst en/of leraar.
Voor ons als schrijvers had dat de consequentie, dat we op twee manieren naar de lange lijnen in onze methoden moesten gaan kijken.
De ene lijn is bekend en voordehand liggend. Het is de lijn van de achtereenvolgende kernen: mensen kunnen niet iets leren als zij daarbij iets moeten weten of moeten kunnen wat ze nog niet tevoren geleerd hebben.
De andere lijn is subtieler en ligt veel meer verborgen: tijdens het leren kun je als leraar of als auteur allerlei dingen inbouwen, die de leerlingen nog niet bewust signaleren, maar waardoor ze later met hulp van leraar of leertekst wel iets nieuws kunnen leren. We noemen dat voor onszelf het opladen van de zone van de naaste ontwikkeling; we praten ook wel over in de week leggen. Ik ben geneigd de eerste lijn te vergelijken met het verhalende en de tweede met het musische.
In het voorbeeld hierboven over de onweersbui wordt begonnen het begrip variabele op te laden in de zone van de naaste ontwikkeling. Het variabel zijn wordt benadrukt, zonder dat dat expliciet gemaakt wordt, door het nemen van verschillende waarden voor *nummer* en *wachttijd*. Daarnaast wordt het visueel benadrukt door deze variabelen cursief te drukken en verder zijn variabelen voorlopig steeds volledige woorden, die direct betrekking hebben op het probleem waar het om gaat.

Zo gaat dat nog lang met allerlei andere probleemsituaties. Pas 150 bladzijden later wordt het woord 'variabele' geïntroduceerd. Dan komen er voorzichtig ook variabelen in de vorm van een enkele letter.
Het principe van de zone van naaste ontwikkeling wordt toegepast op het leren van allerlei begrippen. Hierboven werd al geduid op het begrip formule. Een ander voorbeeld is de ontwikkeling van het functiebegrip. Hierbij gebeurt min of meer hetzelfde.

B
Rekendoosjes

Als je een stuk kaas op een weegschaal legt, wijst deze het gewicht van de kaas aan. Er zijn weegschalen die niet alleen wegen, maar ook uitrekenen hoeveel het stuk kaas kost.
Je ziet hieronder een gedeelte van zo'n weegschaal. Je ziet dat de prijs *f*7,50 per kilo is en dat er voor 0,402 kg een bedrag van *f*3,02 betaald moet worden.



De weegschaal zelf berekent de prijs van een stuk kaas uit het gewicht van dat stuk kaas. De weegschaal bevat een rekendoosje, zoals hier is aangegeven.

gewicht ⟶ [ ] ⟶ *prijs*

Omdat hier de prijs van de kaas *f*7,50 per kilogram is, is de berekening:

gewicht × 7,50

Het rekendoosje geeft de *prijs* als antwoord.

●

Mooi weer kan je tot een flinke wandeling aanzetten. Stel: je start 18 kilometer voor Hilversum en loopt daar met een snelheid van 6 km/u naar toe.

15 Lukt dat makkelijk, denk je?

De afstand naar Hilversum wordt al lopende steeds minder.
Het volgende rekendoosje gaat daarover.

tijd in uren ⟶ [18 − 6 × *tijd*] ⟶ *afstand* in km

16 Hoeveel uur duurt de wandeling?

Het rekendoosje is hier een didactisch hulpmiddel. Het is een duidelijk aansprekend begrip: je doet er iets in, dan gebeurt er iets en er komt iets uit. Het is een eerste abstractie op weg naar het functiebegrip. We hebben hiervoor gekozen, omdat de rollen van origineel (input), voorschrift, en beeld (output) duidelijk zijn gescheiden. In de standaardnomenclatuur $x \rightarrow f(x)$ lopen die door elkaar. Daarbij wordt de input gevisualiseerd door 'x', de output door '$f(x)$'. Het voorschrift wordt gevisualiseerd door '$\rightarrow f(x)$'. De uitdrukking '$f(x)$' heeft hier dus zowel de functie van output als van voorschrift. We denken dat daarin een bron van verkeerd begrepen wiskunde ligt. Later komt dan nog de uitdrukking '$y = f(x)$' waarbij het zo mogelijk nog ingewikkelder ligt.

Door de verschillende en in elk geval onduidelijke rollen die de verschillende elementen in de standaardnomenclatuur vervullen, geeft deze notatie niet de visuele ondersteuning die bij een eerste kennismaking met het functiebegrip nodig is. Daarom hebben we gekozen voor de notatie met het hok. We zouden een algemeen gebruik hiervan willen propageren, maar we beseffen dat de nomenclatuur al te ver is ingeburgerd.

Een bijkomend voordeel van onze notatie is nog, dat we hem ook goed kunnen gebruiken bij het parallel of in serie schakelen van functies. Bij het serieschakelen kunnen we op termijn voorbereiden op samengestelde functies, maar ook is daarmee de volgorde van bewerkingen vastgelegd.

Slot

Leden van de Werkgroep Zestien Min-Zestien Plus zijn leraren. Sommigen van ons geven zelf nog les. Die proberen rechtstreeks aan hun leerlingen wat door te geven over echte wiskunde, nuttige wiskunde en persoonlijke wiskunde. Anderen proberen dat indirect te doen via studenten, die zij tot leraar opleiden.
Allen willen het door middel van de teksten van WISKUNDE EXACT doorgeven aan andere leraren en via hen aan leerlingen. Wij hopen dat zij behalve goede verhalen ook wat van de muziek van de wiskunde kunnen doorgeven. Bij dit laatste worden we goed geholpen door de doordachte en esthetische vormgeving van de boeken.

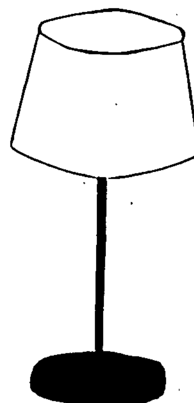


Iemand beweert: 'Je kunt de portokosten voor een luchtpostbrief naar Canada op de volgende manier uitrekenen. Neem eerst het aantal *tientallen* van het gewicht in grammen. (Als het gewicht bijvoorbeeld 27 gram is, neem je 2. Als het gewicht 132 gram is, neem je 13.) Reken dan uit: *tientallen* × 60 + 60.
Het antwoord, het *bedrag*, is het aantal centen dat je moet betalen voor de luchtpostbrief. Je kunt je voorstellen dat er twee rekendoosjes achter elkaar staan.

gewicht ⟶ [neem *tientallen*] ⟶ *tientallen* ⟶ [*tientallen* × 60 + 60] ⟶ *bedrag*

Hiermee kun je de portokosten uitrekenen'.
Deze bewering is waar voor bijna alle mogelijke gewichten.

26 Voor welke gewichten is deze bewering niet waar?



▶ Berekeningen aan een afgeknotte kegel

oftewel: Het Bekleden van een Lampekap

S. B. White

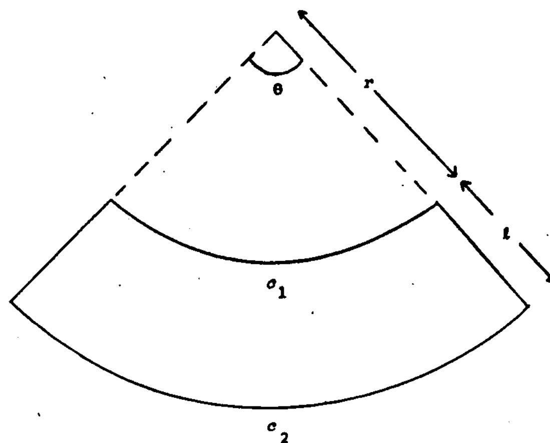
Inleiding

In het in 1982 uitgekomen Cockcroft-rapport[1] wordt de nadruk gelegd op het belang van het probleem-oplossen als onderdeel van het leerplan wiskunde, en wordt de aandacht gevestigd op de noodzaak de wiskundige prestaties van meisjes op een hoger peil te brengen. Zoals Fitzgerald[2] opmerkt, schijnt het ontwerpen van geschikte opgaven voor de leeftijdsgroep van 14- tot 16-jarigen bijzondere moeilijkheden op te leveren.
De in dit artikel besproken opgave wekte belangstelling en lokte een bruikbare discussie uit toen ze aan een klas vijftienjarige meisjes werd voorgelegd. De opgave verschafte een wiskundig model met praktische toepasbaarheid. De vereiste wiskundige vaardigheden zijn: kennis van de formule voor de omtrek van een cirkel, het kunnen rekenen aan cirkelsectoren, kennis van de eigenschappen van gelijkvormige figuren, en het in verschillende situaties kunnen gebruiken van een formule.

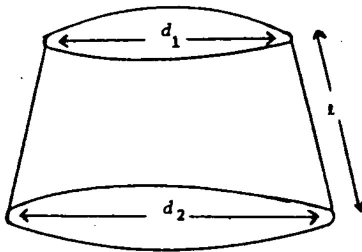
De opgave

Aan de klas werd gevraagd: 'Hoe zou je een lampekap zoals die in figuur 1 bekleden?'

Er ontstond een discussie over de vraag welke vorm de lap stof zou moeten hebben. De leerlingen begrepen dat de vereiste vorm een sector was van een ring gevormd door twee concentrische cirkels. Het ging er nu nog om de straal van de twee cirkels (r, $r + l$) en de hoek van de sector (θ) te vinden, zoals in figuur 2 aangegeven.



Verdere discussie leidde tot de conclusie dat de maten die het gemakkelijkst te nemen waren d_1, d_2 en l waren (zie figuur 3), waarbij d_1 en d_2 gevonden werden door de onder- en bovenkant van de lampekap op een stuk papier om te trekken, de cirkels uit te knippen en ze dubbel te vouwen teneinde de middellijn te vinden.



Het model

Formules voor θ en r, uitgedrukt als functies van d_1, d_2 en l werden als volgt afgeleid.
Aangezien de twee sectoren in figuur 2 gelijkvormig zijn, geldt:

$$\frac{r}{r+l} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{d_1}{d_2}$$

Herschikking van deze formule levert op:

$$r = \frac{d_1 l}{d_2 - d_1} \qquad (1)$$

$$\text{en } r + l = \frac{d_2 l}{d_2 - d_1} \qquad (2)$$

In de kleinste sector geldt:

$$c_1 = \frac{\theta}{360} 2\pi r \qquad (3)$$

De bovenste cirkel van de lampekap heeft middellijn d_1 en omtrek c_1, dus: $c_1 = \pi d_1$
Met behulp van (1) en (3) volgt hieruit:

$$\pi d_1 = \frac{\theta}{360} \cdot \frac{2\pi d_1 l}{d_2 - d_1}$$

$$\text{of: } \theta \doteq 180 \cdot \frac{d_2 - d_1}{l} \qquad (4)$$

Met behulp van de vergelijkingen (1), (2) en (4) kunnen de waarden van r, $r + l$ en θ berekend worden voor verschillende waarden van d_1, d_2 en l.
Met de berekende afmetingen kunnen uit stevig papier modellen vervaardigd worden om de uitkomst te toetsen.

Opmerkingen

Het gebeurde dat een van de leerlingen, toen ze het voltooide model zag, haastig de vergelijkingen noteerde: 'Dat is net wat ik nodig heb om het knippatroon te maken voor de klokrok die m'n moeder voor me gaat naaien!'
Dit meisje zag vlot een andere toepassing voor het model. Ik weet zeker dat de lezers er nog wel meer zullen verzinnen.

Noten

1 'The Committee of Enquiry into the Teaching of Mathematics in Schools', voorzitter Dr. W. H. Cockcroft, 'Mathematics Counts', HMSO 1982.
2 Fitzgerald, A. *Teaching Mathematics and its Applications*, 1982, nr. 1, p. 5.

Over de auteur:
S. B. White is docente wiskunde aan Fairfield County High School for Girls te Droylsden, Manchester, Engeland.

Uit: *Teaching Mathematics and its Applications*, 1982, jaargang 1, nr. 2, pp. 63-64. Oorspronkelijke titel: Mathematics of a Frustrum – How to Cover a Lampshade. Vertaling: A. C. Bardet, Groningen.

De Monte Carlo-methode

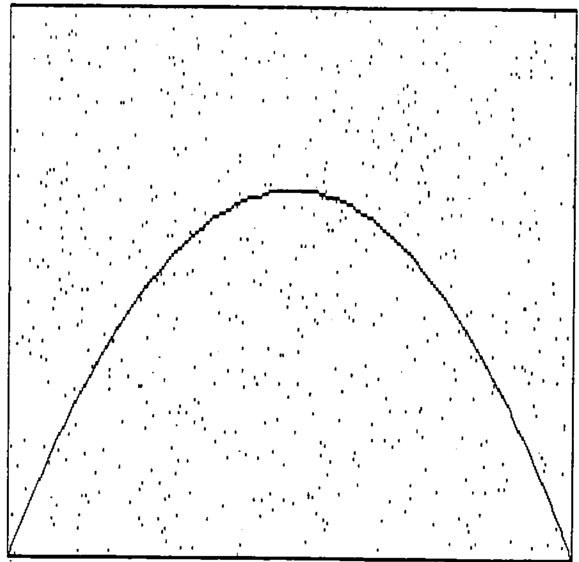
De stad Monte Carlo in het vorstendom Monaco is vooral bekend door het Casino, dat daar in 1878 geopend werd; vanaf 1862 hield Monte Carlo er al een speelbank op na, tot de opening van het Casino elders in de stad gehuisvest.
Wat er in het Casino gebeurt is: blind gokken.
Met blind gokken kunnen ook oppervlakten onder grafieken worden benaderd. Het bijgaande programma maakt dit mogelijk voor de oppervlakte van het gebied tussen de grafiek van $y = -x^2 + 4$ en de x-as. Deze grafiek is getekend op de rechthoek met hoekpunten $(-2, 0)$, $(2, 0)$, $(2, 6)$ en $(-2, 6)$, met oppervlakte 24.
Nu wordt telkens willekeurig een punt binnen deze rechthoek gekozen; de kans dat het punt op de grafiek ligt is 0 (al is het niet onmogelijk dat het punt op de grafiek ligt).
Na N keer 'prikken' wordt gekeken welk aandeel van de gekozen punten onder de grafiek ligt. Hetzelfde aandeel van 24 is een benadering van de oppervlakte onder de grafiek.

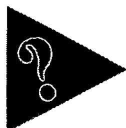
```
10 'integr.bas
20 DEF FNF(X) = -X^2+4  ' de functie
30 CLS:SCREEN 2: WINDOW(-4,-1)-(2,6)
40 LINE (-2,0)-(2,0) : LINE -(2,6): LINE -(-2,6) : LINE-(-2,0)
50 PSET (-2,FNF(-2))   'teken de functie
60 FOR X = -2 TO 2 STEP .05
70   LINE -(X,FNF(X))
80 NEXT X
90 COUNT = 0 : OKE = 0
100 PRINT "schatting integraal"
110 WHILE INKEY$=""
120    COUNT = COUNT +1
130    X = 4*RND-2
140    Y = 6*RND
150    PSET(X,Y)
160    IF Y < FNF(X) THEN OKE = OKE+1
170    LOCATE 3,1
180    PRINT USING " ###.######"; (OKE/COUNT)*4*6
190 WEND
200 PRINT : PRINT COUNT;" keer gegooid"
```

```
schatting integraal

 10.385740

 617  keer gegooid
Ok
```

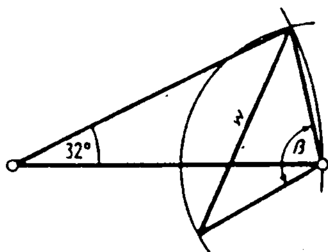




Denkopgaven

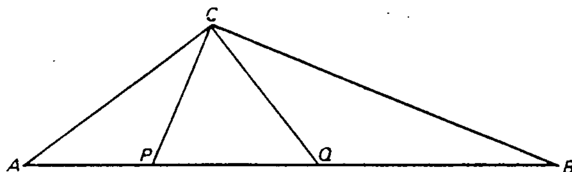
2a

Twee gelijkbenige driehoeken (zie de cirkelbogen); w is bissectrice van de bovenste hoek.
Hoe groot is hoek β?



2b

Een driehoek ABC.
$AB = 224$, $AC = 100$, $BC = 156$. Op zijde AB liggen de punten P en Q zó dat $AP = 55$ en $BQ = 99$.
Is driehoek AQC rechthoekig?
Is driehoek BCP rechthoekig?



Recreatie

Nieuwe opgaven met oplossingen en correspondentie over deze rubriek aan Dr. P. G. J. Vredenduin, Dillenburg 148, 6865 HN Doorwerth.

595. n personen willen een berg beklimmen. Ze worden aangelijnd. Een van hen is de leider en wordt met alle anderen door een touw verbonden. Een van hen wordt met $n - 2$ anderen door een touw verbonden, een met $n - 3$, ... een met 1. Met 'een' is hier 'minstens één' bedoeld.
Hoeveel paren zijn door een touw verbonden?

Oplossing

593. Gegeven is de uitspraak:
in deze zin komen .. cijfers 0, .. cijfers 1, .. cijfers 2, .. cijfers 3, .. cijfers 4, .. cijfers 5, .. cijfers 6, .. cijfers 7, .. cijfers 8 en .. cijfers 9 voor.
Vul op de plaats van de stippen getallen in zo dat een ware uitspraak ontstaat. Begin in het wilde weg met in te vullen
1 7 2 1 4 1 5 1 2 1 (serie x_0)
De aanvankelijke cijfers 0, 1, 2, ..., 9 meegerekend is het totale aantal cijfers 0, 1, 2, ..., 9 nu resp.
1 6 3 1 2 2 1 2 1 1 (serie x_1)
Ga nu itereren, d.w.z. vul de zo juist gevonden cijfers in. Dan zijn de totale aantallen resp.
1 6 4 2 1 1 2 1 1 1 (serie x_2)
Zo voortgaande krijg je verder:
1 7 3 1 2 1 1 2 1 1 (serie x_3)
1 7 3 2 1 1 1 2 1 1 (serie x_4)
1 7 3 2 1 1 1 2 1 1 (serie x_5)
Wegens serie x_4 = serie x_5 is hier het eindresultaat bereikt.
Het nagaan van alle mogelijkheden is een heksenwerk. We moeten een handigheidje vinden om het proces te bekorten.
Ik begin weer met x_0. Mij interesseert nu niet welke getallen hier steen en op welke plaats, maar alleen hoe vaak ze voorkomen.
In x_0 staan
5 cijfers 1, 2 cijfers 2, 1 cijfer 4, 1 cijfer 5, 1 cijfer 7 en 0 cijfers 0, 3, 6, 8, 9.

Welke cijfers het zijn, zou me niet interesseren. Ik noteer daarom alleen:

5 2 1 1 1 0 0 0 0.0 0

Ik noem dit de notatie van x_0.

In notatie x_0 staat het getal 5. In serie x_0 komt dan een getal 5 keer voor. Daaruit volgt dat in x_1 het getal 6 zal vookomen. In notatie x_0 komt het getal 2 voor, in serie x_2 dus het getal 3. Enz. Serie x_1 bestaat dus uit de getallen

6 3 2 2 2 1 1 1 1 1

Dus is de notatie voor x_1:

5 3 1 1 0 0 0 0 0 0

De notatie van x_1 ontstaat dus uit de notatie van x_0 door de frequenties op te schrijven waarmee de tien verschillende cijfers voorkomen in notatie x_0.

Uit notatie x_1 kunnen we nu regelrecht notatie x_2 afleiden. We vinden:

6 2 1 1 0 0 0 0 0 0

Hieruit volgt dat notatie x_3 is:

6 2 1 1 0 0 0 0 0 0

en nu blijft het verder zo.

Ten slotte moeten we nog uit deze notatie een serie reconstrueren. In zo'n serie zal 6 keer het getal 1 voorkomen. Dan komt in de eerstvolgende serie het getal 7 op de tweede plaats te staan en in de serie daarna het getal 2 op de achtste plaats. Deze serie wordt dus

1 7 . . . . . 2 . . (op de stippen 5 keer 1)

De som van de getallen is 20. Er staan nu al 6 getallen 1, 1 getal 2 en 1 getal 7. De enige mogelijkheid is dat hier bij komt 1 getal 2 en 1 getal 3. Waar we deze zetten is irrelevant. De eerstvolgende serie luidt in elk geval

1 7 3 2 1 1 1 2 1 1

en dit is dan het definitieve eindresultaat.

Nu systematisch alle mogelijke notaties. Ik beperk me voorlopig tot notaties die bestaan uit getallen van één cijfer.

Ik begin met de notaties waarin het getal 5 voorkomt en laat zien dat daaruit steeds een notatie resulteert waarin een groter getal voorkomt. Eerst

5 1 1 1 1 1 (de som moet 10 zijn; de 0'en laat ik weg, het is evident dat dat er 4 zijn)

Hieruit resulteert

5 4 1

7 1 1 1 en hierin komt een getal voor dat groter dan 5 is.

Dan

5 2 1 1 1

5 3 1 1

6 2 1 1 en 6 is groter dan 5.

In alle andere mogelijkheden komen minstens 6 getallen 0 voor, zodat de eerstvolgende notatie een getal bevat dat groter is dan 5.

Notaties met 5 als grootste getal behoeven we dus niet meer te beschouwen. Analoog behoeven we notaties met 4, 3 of 2 als grootste getal niet meer te onderzoeken. We gaan nu verder met notaties waarin een getal voorkomt dat groter is dan 5.

Dit gaat snel.

6 1 1 1 1	7 1 1 1	7 1 1 1
5 4 1	6 3 1	6 3 1

enz. Dus een blijvend oscilleren.

6 2 2

7 2 1

7 1 1 1 zb (afkorting voor: zie boven, d.w.z. dit is hierboven reeds voorgekomen)

6 3 1 zb	6 4	7 1 1 1 zb
	8 1 1	
	7 2 1 zb	7 2 1 zb

7 3	8 2	9 1
8 1 1 zb	8 1 1 zb	8 1 1 zb

Al deze mogelijkheden resulteren dus in hetzelfde oscillerende eindresultaat.

Blijft alleen nog over:

6 2 1 1

6 2 1 1 Dit is dus meteen het eindresultaat.

Het geval 6 2 1 1 hebben we hierboven al geanalyseerd. Blijft over na te gaan wat de consequenties zijn van het blijvend oscilleren tussen 7 1 1 1 en 6 3 1.

Welke series horen bij 6 3 1?

Series die bestaan uit

6 getallen 1 en verder 2 2 2 8
of 3 3 3 5
of 4 4 4 3 (som steeds 20)

Neem het eerste geval. Dan krijgen we als serie 1 8 en hierna nog 5 keer 1 en 3 keer 2.

De erop volgende serie is dan

1 7 4 1 1 1 1 1 2 1

Daarop volgt

1 8 2 1 2 1 1 2 1 1

1 7 4 1 1 1 1 1 2.1 enz.

Dus permanent oscilleren.

De gevallen 3 3 3 5 en 4 4 4 3 leiden tot hetzelfde eindresultaat.

Ten slotte is het mogelijk dat één van de getallen uit de serie 10 of 11 is. Ik bekijk nu ineens de serie zelf. Als 10 voorkomt, dan kan de serie zijn

1 10 3 1 1 1 1 1 1 1 (som 21; de 3 mag ook op een andere
2 10 1 2 1 1 1 1 1 1 plaats staan)
2 9 3 1 1 1 1 1 1 1
1 8 2 2 1 1 1 1 1 2

Nu is het getal 10 verdwenen, is de som 20 geworden en zijn we dus op een reeds vroeger voorkomend geval terecht gekomen.

De serie kan ook zijn

1 10 2 2 1 1 1 1 1 1 (eventueel de 2'en op andere plaatsen)

maar dit levert hetzelfde resultaat.

Nu 11. We krijgen dan

1 11 2 1 1 1 1 1 1 1 (eventueel 2 op een andere plaats)

en dit levert opnieuw

1 11 2 1 1 1 1 1 1 1

zodat hiermee het eindresultaat bereikt is.

Dus: twee stabiele eindresultaten, die beide een oplossing geven van het in de aanvang gestelde probleem, en één oscillerend eindresultaat.

● Verenigingsnieuws ●

▶ Verslag van het verenigingsjaar 1 augustus 1987 - 31 juli 1988

Het bestuur was dit jaar als volgt samengesteld: voorzitter dr. Th. J. Korthagen, secretaris drs. J. W. Maassen, penningmeester F. F. J. Gaillard, overige leden mevr. A. F. S. Aukema-Schepel, L. Bozuwa (tot 31 oktober), mevr. H. Goemans-Wallis (vanaf 31 oktober), C. Th. J. Hoogsteder, L. Jacobs, M. Kindt, F. J. Mahieu en mevr. drs. J. van Vaalen.

Op zaterdag 31 oktober werd de jaarvergadering gehouden in het gebouw van Het Nieuwe Lyceum te Bilthoven. Deze jaarvergadering werd gecombineerd met een studiedag die verzorgd werd door de didactiekcommissie van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren.
Het thema van deze studiedag was 'Bewijzen'. De aanwezigen op de studiedag konden deelnemen aan één of meer van de volgende groepen: Bewijzen, redeneren, spelletjes en puzzels; Logisch denken, bewijzen als didactisch hulpmiddel; Bewijzen en computer; Wat is wiskunde?; Inversie; Bewijs in de ruimte.
De centrale lezing, getiteld 'Q.E.D.', werd gehouden door dr. J. van Maanen.

Op 20 en 31 mei vonden examenbesprekingen plaats voor wiskunde lbo/mavo C en D in 16 plaatsen, voor wiskunde havo en wiskunde B vwo op 7 plaatsen en voor wiskunde A vwo op 10 plaatsen. Van de meeste van deze besprekingen zijn verslagen gemaakt die aan de CEVO zijn aangeboden met het verzoek om aan de opmerkingen uit deze verslagen aandacht te besteden.
In Euclides nr. 1 van jaargang 63 verscheen een samenvatting van de examenbesprekingen vwo en havo 1987 en in Euclides nr. 5 van deze jaargang verschenen de resultaten van de in 1987 gehouden enquête over de eindexamens mavo/lbo.

Op 19 oktober zond het bestuur een brief aan de Staatssecretaris van O en W waarin het zijn bezwaren tegen meerkeuzevragen opnieuw kenbaar maakte en verzocht de evaluatie van de 70/30 maatregel, welke door Cito, Cevo en SCO wordt uitgevoerd, uit te breiden tot wiskunde.
Op 12 november zond het bestuur een brief aan de Staatssecretaris waarin de motie, die op de jaarvergadering was aangenomen, ter kennis werd gebracht.
Op 2 juni verzocht het bestuur de Staatssecretaris te bevorderen dat een goede regeling voor subsidie voor deelneming aan internationale olympiades wordt ontworpen.
Naar aanleiding van het eindexamen 1988 verzocht het bestuur op 8 juni aan de Staatssecretaris in de toekomst de meerkeuzevragen op het eindexamen te vervangen door kort-antwoord-vragen.
Op 9 december ontving de Staatssecretaris in het kader van haar actie 'Slaag Exact' afgevaardigden van de besturen van NVON, VEN en NVvW. Namens de NVvW waren aanwezig mevr. Aukema en de heer Kindt.

Van de door de vereniging verzorgde bundel 'Opgaven wiskunde A vwo' verscheen dit jaar de tweede druk. Deze bundel is uitgebreid met de eindexamenopgaven van de afgelopen jaren en een serie vraagstukken uit de Cito-publikatie 'Wiskunde A – doelgericht toetsen'.

Van de nomenclatuurcommissie verscheen dit jaar het tweede tussenrapport. Dit rapport, dat de nomenclatuurvoorstellen voor de wiskunde-B-eindexamenopgaven bevat, is opgenomen in nr. 7 van Euclides jaargang 63.

Eind juni bracht de werkgroep 'differentiaalvergelijkingen' haar rapport uit.

Van de werkgroep 'Vrouwen en Wiskunde' verschenen dit jaar, naar aanleiding van het lustrum, het boek 'Vriendelijke wiskunde' en de videoband 'Wiskunde moet je doen'. Op 2 en 3 oktober hield de werkgroep een half-weekeind te Soest en op 12 maart was de landelijke dag te Utrecht. Van het ministerie van Onderwijs en Wetenschappen kreeg de werkgroep de opdracht materiaal te ontwikkelen voor lhno/lbo, dat speciaal geschikt is voor meisjes. Door een fondseninzamelingsactie van de werkgroep wordt het mevr. Yabre Habibou uit Burkina Faso mogelijk gemaakt het ICME-congres in Budapest te bezoeken en een stage in Nederland te lopen.

De Valo wiskunde/informatica organiseerde op 3 en 4 december een conferentie over 'Wiskunde 12-16'.

Op de gemeenschappelijke bestuursvergadering van de Vlaamse Vereniging Wiskundeleraars en de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren hebben beide besturen besloten een werkgroep in te stellen om de contacten tussen Vlaamse en Nederlandse wiskundeleraren te bevorderen. Deze werkgroep bestaat uit mevr. A. Bentein en de heren D. De Bock, L. Bozuwa en S. Garst.
Op 19 maart heeft de werkgroep haar voorstellen aan beide besturen ontvouwd. De samenwerking tussen beide verenigingen uitte zich ook in bezoeken aan elkaars bijeenkomsten.

Euclides, het orgaan van de vereniging, is dit jaar met een nieuwe redactie van start gegaan. Deze redactie is enthousiast begonnen en hoopt geleidelijk het moderniseringsplan – dat zij voor het blad heeft opgesteld – uit te voeren.

Het bestuur vergaderde dit jaar elf maal. Voor gedeelten van de vergaderingen zijn de afgevaardigden van de NVvW in de Valo en redacteuren van Euclides uitgenodigd, terwijl één vergadering geheel met de inspecteurs J. Boersma, drs. W. Kleijne en dr. J. Nijenhuis is gehouden.

▶ Van de bestuurstafel...

Luuk Jacobs

Bij de laatste bestuursvergadering voor de vakantie waren als gast aanwezig de inspecteurs J. Boersma, W. Kleijne en J. Nijenhuis. Met hen heeft het bestuur een aantal zaken betreffende het wiskundeonderwijs besproken:

Evaluatie eindexamens
Een groot deel van de vergadering is besteed aan een gesprek over de verslagen van de examenbesprekingen en met name over de teleurstellende resultaten van het examenwerk. Alleen het werk vwo wi-B is redelijk gemaakt met 36% onvoldoenden. Vwo wi-A scoorde 38% onvoldoenden, maar van de leerlingen die alleen wi-A als exact hebben gekozen hebben 54% een onvoldoende. De resultaten van het mavo/lbo examen zijn zorgelijk. Zowel het C- als het D-werk is dit jaar slechter gemaakt dan vorig jaar.

Rekenmachines
In de examencirculatie zat een fout. Sinds het examen 1987 zijn ook programmeerbare rekenmachines op het examen toegestaan uitgezonderd machines die alfanumeriek zijn.

Informatica
Er is nog veel onduidelijkheid over dit nieuwe vak. Moet daar binnen het vak wiskunde ruimte voor gemaakt worden? De mening was, dat het onjuist is het afgewogen curriculum voor wiskunde te laten infiltreren door het vak informatica. Wel is het gewenst de computer te gebruiken als ondersteuning voor het wiskundeonderwijs.

Differentiaalvergelijkingen
Het rapport van de werkgroep differentiaalvergelijkingen is bijna klaar. M.i.v. het examen 1989 zal dit onderwerp weer worden getoetst bij het examen wiskunde-B. Het is de bedoeling dat in 1990 zal worden geëxamineerd zoals door de werkgroep in het rapport zal worden aangegeven.

Wiskunde verplicht?
Uit een wetsontwerp blijkt dat bij een verbreding van het examenpakket wiskunde verplicht wordt. Dit wetsontwerp ligt bij de onderwijsraad. Als deze een uitspraak heeft gedaan is het wellicht zinvol dat ook de vereniging een reactie geeft.

Regionale Hawex-bijeenkomsten
Het bestuur is van plan in het voorjaar 1989 regionale bijeenkomsten te organiseren. Er is gedacht om dit op een normale werkdag te doen. De inspectie heeft echter geen vrijheid toestemming te geven voor doordeweekse bijeenkomsten; er zijn richtlijnen voor lesuitval waar de inspectie zich aan moet houden. Dat betekent dat de bijeenkomsten moeten worden georganiseerd op een namiddag + avond of op een zaterdag.
Tot zover een summier verslag van deze bestuursvergadering samen met de inspectie. U ziet er zijn heel wat onderwerpen aan de orde geweest. De vergadering was heel plezierig en bovenal zinvol.
Met deze vergadering heeft het bestuur het cursusjaar 87/88 afgesloten. Wanneer u dit leest zijn de eerste lessen van het nieuwe cursusjaar alweer begonnen. Ik wens iedereen, mede namens het bestuur, een heel goed jaar toe.

Mededeling

Op zaterdag 22 oktober 1988 houdt de Vlaamse Vereniging Wiskunde Leraars (V.V.W.L.) een studiedag in het Koninklijk Atheneum, Uitbreidingsstraat 246, 2600 Berchem.
THEMA: 'Een leven vol wiskunde': Hulde aan dr. Gaspard Bosteels.

Agenda:
9.30: ontvangst
10.00: opening door voorzitter Lieve Simons.
10.15: prof. dr. Roger Holvoet: Erevoorzitter dr. Gaspard Bosteels.
10.45: dr. Gaspard Bosteels: Begane wegen en onbetreden paden.
12.00: receptie.
12.30: middagmaal.
14.30: prof. dr. Leopold Verstraelen: Kegelsneden en differentiaal-meetkunde.
15.30: Rijksinspecteur Rene Laumen: Wiskundige vorming.
16.30: sluiting.
Inschrijving voor het middagmaal (wijn, koffie en dienst inbegrepen) door storting van 375 fr. op prk. 000-1116247-68 VVWL, Selstbaan 24, 2080 Kapellen.
Iedereen is van harte welkom. Toegang vrij.

Betaling Contributie

Ruim 90% van de leden betaalt direct na ontvangst van de acceptgiro in augustus.
De overige leden moeten opnieuw worden aangeschreven. Het opsporen en (herhaald) aanschrijven kost veel geld. Daarom verzoekt het bestuur deze leden **voor 1 november** hun contributie te betalen.
Voor degenen die toch aangeschreven moeten worden zullen de **kosten** per aanschrijving ***f*** **2,50** bedragen.
Als op 1 mei de contributie over het lopende verenigingsjaar nog niet voldaan is, zal ***f*** **10,–** extra aan **kosten** in rekening gebracht moeten worden.
Opzeggingen dienen te geschieden **voor 1 juli.**
Tussentijdse opzeggingen zijn niet mogelijk.

De Penningmeester

Kalender

29 oktober 1988: Bilthoven, Jaarvergadering/Studiedag NVvW. De Studiedag begint om 10.30 uur en staat in het teken van de vernieuwingen in het wiskundeonderwijs. Voor uitvoerige informatie: zie het vorige nummer van Euclides, pagina 28-29.
19 november 1988: Brussel, Contactdag Wiskundigen van het secundair onderwijs van het Belgisch Wiskundig Genootschap. Nadere inlichtingen bij Prof. F. Bingen, DWIN-VUB, Pleinlaan 2, B-1050 Brussel.
24 en 25 november 1988: Beekbergen, 2e VALO-conferentie Wiskunde 12-16. Aanmelding hiervoor bij H. Hesselink, Postbus 2061, 7500 CB Enschede.

Inhoud

Adressen van auteurs

J. van Dormolen, Kapteynlaan 105, 3571 XN Utrecht

M. C. van Hoorn, Postbus 9025, 9703 LA Groningen

L. Jacobs, Heereweg 29, 9831 PA Aduard

H. van Lint, Hemminckmate 20, 8014 LH Zwolle

J. ter Pelle, S.L.O., Postbus 2041, 7500 CA Enschede

G. Schoemaker, OW & OC, Tiberdreef 4, 3561 GG Utrecht

H. Sissing, Narcis 30, 2925 XC Krimpen a/d IJssel,
tel. 01807 - 2 33 12